

$$J_x X^2 + J_y Y^2 + J_z Z^2 - 2J_{xy} XY - 2J_{yz} YZ + -2J_{zx} ZX = K^2 \quad (5.1.35)$$

ona predstavlja jednadžbu elipsoida jer su aksijalni momenti uvijek pozitivni, a konstanta  $K$  može biti i jedinica jer je ovdje samo radi dimenzijskih razloga. Poluosi su ovog elipsoida zapravo **polumjeri tromosti**  $\rho_1 = \dot{I}_1$ ,  $\rho_2 = \dot{I}_2$  i  $\rho_3 = \dot{I}_3$ . Os 1 je ona os oko koje je moment tromosti tijela najveći dok je za os 3 najmanji tj.  $J_{\max} = J_1$  i  $J_{\min} = J_3$ .

Kada se jednadžba elipsoida napiše u koordinatnom sustavu glavnih osi 1, 2 i 3 tada ona glasi:

$$J_1 X^2 + J_2 Y^2 + J_3 Z^2 = 1 \quad (5.1.36)$$

Ovdje očitno mora vrijediti da su devijacijski momenti za glavne osi:

$$J_{12} = J_{23} = J_{31} = 0. \quad (5.1.37)$$

Sada matrica **momenata** tromosti glasi:

$$J_O = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix}. \quad (5.1.38)$$

Kada je točka O ujedno i težište tijela S tada se glavni momenti tromosti nazivaju *glavni centralni momenti tromosti tijela*.

Položaj glavnih osi tromosti 1, 2, 3 prema osima  $x$ ,  $y$ ,  $z$  izračunava se preko ekstremnih vrijednosti izraza (5.1.30) tako da su kosinusi kutova tj. kutovi varijable. Ovo zapravo spada u analizu tenzora drugoga reda o čemu ovdje neće biti riječi.

Prva invarijanta toga tenzora pokazuje, međutim, važno pravilo o zbroju triju aksijalnih momenata za tri uzajamno okomite osi i glasi:

$$J_x + J_y + J_z = \bar{J}_x + \bar{J}_y + \bar{J}_z = J_1 + J_2 + J_3 = konst. \quad (5.1.39)$$

Za svako tijelo s jednom ravninom simetrije svaka os okomita na tu ravninu je glavna os tromosti dok druge dvije osi leže u toj ravnini simetrije. Svako rotacijsko tijelo ima jednu glavnu os i to je uvijek rotacijska os, a druge su dvije osi okomite na ovu os.

### 5.1.10 Momenti tromosti složenih (sastavljenih) tijela

Momenti tromosti različitih tijela prema istoj osi mogu se algebarski zbrajati. Ovo u mnogome olakšava izračunavanje jer su za velik broj tijela u priručnicima navedeni momenti tromosti za njihove težišne osi pa se uz primjenu Steinerovog pravila mogu izračunati vrijednosti za onu os za koji se moment traži.

Moment tromosti npr. oko osi  $x$  bit će zbroj:

$$J_x = \sum_{i=1}^n J_{xi}. \quad (5.1.40)$$