

$$\begin{aligned} \bar{J}_{xy} = & -J_x l_x l_y - J_y m_x m_y - J_z n_x n_y + J_{xy} (l_x m_y + l_y m_x) + \\ & + J_{yz} (m_x n_y + m_y n_x) + J_{zx} (n_x l_y + n_y l_x) . \end{aligned} \quad (5.1.31)$$

Na analogan se način mogu izračunati i preostala 4 momenta tromosti tijela J_y , J_z , J_{yz} i J_{zx} .

Iz geometrije je poznato da u prostoru vrijede za kosinuse smjera *uvjeti kompatibilnosti* i *uvjet ortogonalnosti*. Veličine koje se iz koordinatnog sustava x, y, z transformiraju u sustav $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ prema gornjim izrazima nazivaju se *tenzorima drugog reda*. Takav tenzor ima devet komponenata. Tenzor tromosti tijela u nekoj točki O prostora (najčešće je to težište tijela S) ima također 9 komponenata, ali radi simetrije indeksa $J_{xy} = J_{yx}$, $J_{zx} = J_{xz}$ i $J_{yz} = J_{zy}$ samo ih je 6 različitih. Komponente tenzora tromosti J_O u točki O mogu se prikazati pomoću matrice:

$$J_O = \begin{bmatrix} J_x & -J_{yx} & -J_{zx} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{zy} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{bmatrix} \quad (5.1.32)$$

koja je simetrična s obzirom na dijagonalu.

5.1.9 Glavni momenti tromosti tijela

Može se provesti analiza kod zakretanja osi koordinatnog sustava x, y, z u točki S pa se može uočiti da momenti tromosti mijenjaju iznose. Kako je već naglašeno, aksijalni momenti mogu biti samo pozitivni pa će se mijenjati od neke svoje najmanje vrijednosti do najveće. Devijacijski moment tromosti će pak poprimiti i pozitivne i negativne vrijednosti pa i ništice.

Promjena momenta tromosti može se predočiti jednom geometrijskom plohom – *elipsoidom tromosti*. Vjerojatno postoje i drugačije i matematički zahtjevnije metode kako bi se ovo dokazalo. Može se uvesti, u svrhu dokaza, kao mjera tromosti \bar{J}_x vektor $\bar{\rho}$, koji je definiran:

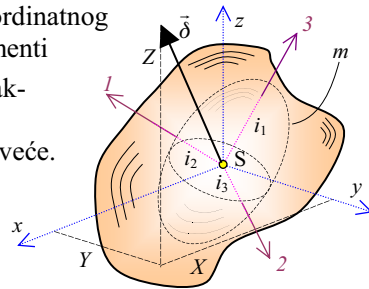
$$\rho = \frac{K}{\sqrt{J_x}} . \quad (5.1.33)$$

Može se sada napisati:

$$J_x l_x^2 + J_y m_x^2 + J_z n_x^2 - 2(J_{xy} l_x m_x + J_{yz} m_x n_x + J_{zx} n_x l_x) = \frac{K^2}{\rho^2} . \quad (5.1.34)$$

Iz slike 5.1.18 se vidi da su kosinusi smjera vektora $\bar{\rho}$: $l_x = \frac{X}{\rho}$, $l_y = \frac{Y}{\rho}$ i $l_z = \frac{Z}{\rho}$.

Napiše li se sada prethodna jednadžba:



Slika 5.1.18 Uz definiciju glavnih momenata tromosti tijela