

5.1.3 Aksijalni (osni) momenti tromosti tijela

U narednim poglavljima će se u mnogome upotrebljavati značajke tijela koje ne ovise samo o masi nego i o rasporedu mase u prostoru. Obično su to integralni oblici koji se mogu za svako tijelo izračunati bez obzira na to kakvo gibanje to tijelo izvodi.

Neka se analizira rotacija tijela s konstantnim kutnim ubrzanjem α oko osi x , slika 5.1.3. Može se zamisliti da se tijelo sastoji od mnoštva malih čestica Δm_i . Kako je navedeno u trećem poglavlju ovog udžbenika, za jednu česticu sustava za promjenu zamaha vrijedi izraz (3.14):

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_O)_i = \vec{M}_O^{F_R}. \text{ Ovdje je}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_O)_i = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{d\vec{r}_i}{dt} \times m_i \vec{v}_i \right) + \sum_{i=1}^n \left(\vec{r}_i \times m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} \right) = \sum_{i=1}^n \left(\vec{r}_i \times m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} \right) \text{ jer je}$$

prvi pribrojnik radi vektorskog množenja kolinearnih vektora jednak ničtici.

Kako je drugi pribrojnik

$$\vec{r}_i \times m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{r}_i \times m_i \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r}_i)}{dt} = \vec{r}_i \times m_i (\vec{\alpha} \times \vec{r}_i) + \vec{r}_i \times m_i (\vec{\omega} \times \vec{v}_i) \text{ ovog izraza, radi vektor-}$$

skog množenja kolinearnih vektora jednak ničtici, to će se za rotaciju samo oko osi x moći ispustiti vektori pa će biti:

$\sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \Delta m_i (\vec{\alpha} \times \vec{r}_i) = \alpha \sum_{i=1}^n d_{xi}^2 \Delta m_i = M_x$ pa kada se izračuna granični prijelaz za mnoštvo čestica iz kojeg se sastoji tijelo biti će:

$$M_x - \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta m_i \rightarrow 0}} \left(\alpha \sum_{i=1}^n d_{xi}^2 \Delta m_i \right) = 0, \text{ slijedi } M_x - \alpha \int_{(m)} d_x^2 dm = 0.$$

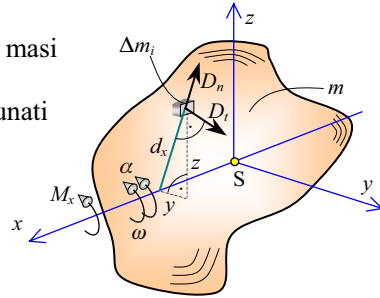
Ove su veličine obično mjera otpora tijela promjeni gibanja. Skupni naziv ovih značajki poznat je pod imenom *momenti tromosti (inercije) tijela*.

Aksijalni ili osni moment tromosti J_x npr. prema osi x definiran je prema slici 5.1.5

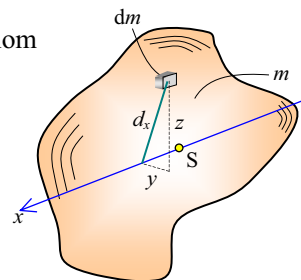
$$J_x = \int_{(m)} d_x^2 dm. \quad (5.1.6)$$

u kome je d_x udaljenost diferencijala mase dm od osi x prema kojoj se izračunava moment tromosti.

Aksijalni (osni) momenti tromosti tijela za bilo koju os Descartesovog koordinatnog sustava kroz težište definirani su prema slici 5.1.6 integralima po cijeloj masi tijela.



Slika 5.1.3 Uz definiciju momenata tromosti tijela



Slika 5.1.4 Uz definiciju momenata tromosti tijela