2.1.4 Diferencijalne jednadžbe gibanja u sfernom koordinatnom sustavu

U sfernom koordinatnom sustavu mogu se napisati tri skalarne diferencijalne jednadžbe:

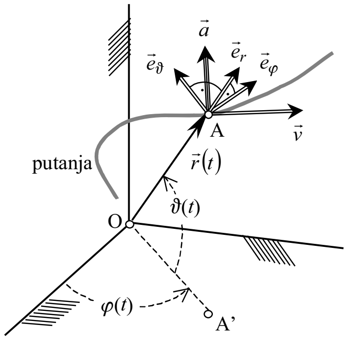
$$F_{\mathrm{R}r} = ma_r = m\left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \cos^2\vartheta - r\dot{\vartheta}^2\right),$$

pri čemu je $F_{\mathrm{R}r} = \sum F_{ir}$ projekcija u radijalnom smjeru r rezultante svih sila koje djeluju na česticu mase m,

$F_{\mathrm{R}\varphi} = ma_\varphi$ tj.

$$F_{\mathrm{R}\varphi} = m\left(2\dot{r}\dot{\varphi}\cos\vartheta + r\ddot{\varphi}\cos\vartheta - 2r\dot{\varphi}\dot{\vartheta}\sin\vartheta\right),$$

pri čemu je $F_{\mathrm{R}\varphi} = \sum F_{i\varphi}$ projekcija u cirkularnom smjeru φ rezultante svih sila koje djeluju na česticu mase m,



Slika 2.4 *Gibanje čestice* A *u sfernom koordinatnom sustavu*

$F_{\mathrm{R}\vartheta} = ma_\vartheta = m\left(2\dot{r}\dot{\vartheta} + r\ddot{\vartheta} + r\dot{\varphi}^2 \sin\vartheta\cos\vartheta\right)$, pri čemu je $F_{\mathrm{R}\vartheta} = \sum F_{\vartheta i}$ projekcija u meridijalnom smjeru ϑ rezultante svih sila koje djeluju na česticu mase m.

Ovisno o postavljenom zadatku mogu se integriranjem odrediti jednadžbe gibanja:

$$r = r(t)\,, \tag{2.1.9}$$

$$\varphi = \varphi(t) \tag{2.1.10}$$

i

$$\vartheta = \vartheta(t)\,. \tag{2.1.11}$$

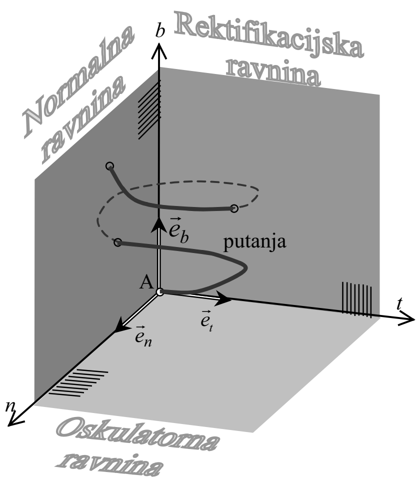
2.1.5 Diferencijalne jednadžbe gibanja u prirodnim koordinatama

Osi prirodnog koordinatnog sustava (s ishodištem u trenutnom položaju čestice A) čine:

- n – glavna normala, uvijek usmjerena u centar zakrivljenosti putanje
- t – tangenta, smjer po volji, okomita na glavnu normalu i
- b – binormala, okomita na oskulatornu ravninu.

Kako u oskulatornoj ravnini, koju određuju polupravci (osi) n i t, leže vektor brzine (na pravcu t) i vektor ubrzanja (i centar C zakrivljenosti putanje), dovoljno je promatrati gibanje u *oskulatornoj ravnini*.

Ako se položaj čestice na putanji može odrediti u svakom trenutku duljinom luka putanje s i polumjerom zakrivljenosti putanje ρ, mogu se za opisivanje gibanja rabiti *prirodne komponente*.



Slika 2.5 *Gibanje čestice* A *u prirodnom koordinatnom sustavu*

Od neke polazne točke na putanji mjeri se duljina luka s, tako da je pri gibanju luk s funkcija vremena. Općenito je i polumjer zakrivljenosti putanje ρ (u trenutnom po-