Vektor će ubrzanja u *prirodnim koordinatama* biti:

$$\vec{a} = r\ddot{\varphi}\vec{e}_t + r\dot{\varphi}^2\vec{e}_n = r\alpha\vec{e}_t + r\omega^2\vec{e}_n = a_t\vec{e}_t + a_n\vec{e}_n \,. \tag{3.4.37}$$

Iznos je ubrzanja:

$$\vec{a} = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \tag{3.4.38}$$

gdje se uočava da je iznos ubrzanja proporcionalan polumjeru kružnice putanje čestice.

Vektor će ubrzanja u *polarnim koordinatama* biti:

$$\boxed{\vec{a} = r\ddot{\varphi}\vec{e}_\varphi - r\dot{\varphi}^2\vec{e}_r = r\alpha\vec{e}_\varphi - r\omega^2\vec{e}_r = a_\varphi\vec{e}_\varphi + a_r\vec{e}_r} \,. \tag{3.4.39}$$

Iznos će ubrzanja posve analogno biti kao i u *prirodnim koordinatama*:

$$\vec{a} = \sqrt{a_r^2 + a_\varphi^2} = \sqrt{r^2\omega^4 + r^2\alpha^2} = r\sqrt{\omega^4 + \alpha^2} \,. \tag{3.4.40}$$

3.4.3 Kut brzine i ubrzanja čestice

Prema slici 3.15 kotiran je kut između vektora brzine i ubrzanja koji se može odrediti , kako je već pokazano, preko skalarnog umnoška.

U Descartesovim koordinatama:

$$\cos\delta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{av} = \frac{a_x v_x + a_y v_y}{av} = \frac{\begin{Bmatrix} -r\ddot{\varphi}\sin\varphi - r\dot{\varphi}^2\cos\varphi \\ r\ddot{\varphi}\cos\varphi - r\dot{\varphi}^2\sin\varphi \end{Bmatrix} \cdot r\dot{\varphi} \begin{Bmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{Bmatrix}}{av} \,, \tag{3.4.41}$$

što nakon sređivanja glasi:

$$\cos\delta = r^2 \frac{\alpha\omega\left(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\right)}{av} = r^2\frac{\alpha\omega}{av} \,. \tag{3.4.42}$$

U polarnim koordinatama:

$$\cos\delta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{av} = \frac{a_r v_r + a_\varphi v_\varphi}{av} = \frac{-r\omega^2\cdot 0 + r\alpha\cdot r\omega}{av} = r^2\frac{\alpha\omega}{av} \,. \tag{3.4.43}$$

U prirodnim koordinatama:

$$\cos\delta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{av} = \frac{a_\varphi v_\varphi + a_n v_n}{av} = \frac{r\alpha\cdot r\omega + r\omega^2\cdot 0}{av} = r^2\frac{\alpha\omega}{av} \,. \tag{3.4.44}$$

3.4.4 Jednoliko kruženje čestice

Jednoliko se kruženje čestice odvija onda kada je u svakom trenutku kutno ubrzanje α jednako ništici. Ovo rezultira time da je kutna brzina kruženja čestice u svakom trenutku gibanja konstantna:

$$\omega = \omega_0 = konst \,. \tag{3.4.45}$$

Kada se izraz 3.4.22 napiše u obliku integrala:

$$\varphi = \int\omega_0 \mathrm{d}t + \mathrm{C}_1 = \omega_0\int\mathrm{d}t + \mathrm{C}_1 = \omega_0 t + \mathrm{C}_1 \,. \tag{3.4.46}$$

uz početni uvjet za $t = 0$, $\varphi = \varphi_0$:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \,. \tag{3.4.47}$$

Brzina je čestice:

$$v = r\omega_0 = konst \,. \tag{3.4.48}$$

Tangencijalno je ubrzanje jednako ništici (radi $\alpha = 0$) dok je normalno ubrzanje:

$$a_n = r\omega_0^2 = konst \,. \tag{3.4.49}$$

Ova bi se konstantna kutna brzina mogla prema izrazu 3.4.47 odrediti: