

$$\text{iznos radijalnog ubrzanja } a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \quad (3.3.1)$$

te

$$\text{iznos cirkularnog ubrzanja } a_\varphi = r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}. \quad (3.3.2)$$

Kako su obje komponente ubrzanja međusobno okomite, iznos će vektora ubrzanja biti:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_r^2 + a_\varphi^2}. \quad (3.3.3)$$

3.3.6 Polumjer zakrivljenosti putanje čestice

Polumjer zakrivljenosti putanje za gibanje čestice u ravnini slijedi prema matematičkoj formuli za polarne koordinate (slika 3.14):

$$\rho = \frac{[r^2 + (r')^2]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2(r')^2 - rr''}, \text{ uz poznate derivacije } r' = \frac{dr}{d\varphi} \text{ i } r'' = \frac{d^2r}{d\varphi^2}. \quad (3.3.4)$$

3.3.7 Kut između vektora brzine i vektora ubrzanja

Kut između vektora brzine i vektora ubrzanja može se odrediti preko skalarnog produkta ovih vektora (slika 3.14):

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = av \cos \delta \quad (3.3.5)$$

te se preko kosinusa kuta odredi:

$$\cos \delta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{av} = \frac{a_r v_r + a_\varphi v_\varphi}{\sqrt{a_r^2 + a_\varphi^2} \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}}. \quad (3.3.6)$$

3.3.8 Usporedni pregled za kinematičke veličine

Nakon što su poznati izrazi za izračunavanje vektora brzina i vektora ubrzanja te drugih kinematičkih veličina u Descartesovim, prirodnim i polarnim koordinatama korisno je načiniti pregled među ovim veličinama.

Putanja čestice definirana je u:

| | <i>Descartesovim koordinatama</i> | <i>Polarnim koordinatama</i> |
|---|--|--|
| tangencijalno ubrzanje: | $a_t = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v} = \frac{a_x v_x + a_y v_y}{v},$ | $a_t = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v} = \frac{a_r v_r + a_\varphi v_\varphi}{v},$ |
| normalno ubrzanje: | $a_n = \frac{ \vec{a} \times \vec{v} }{v} = \frac{ a_x v_y - a_y v_x }{v},$ | $a_n = \frac{ \vec{a} \times \vec{v} }{v} = \frac{ a_r v_\varphi - a_\varphi v_r }{v},$ |
| kut između vektora brzine i ubrzanja | $\cos \delta = \frac{a_x v_x + a_y v_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2}},$ | $\cos \delta = \frac{a_r v_r + a_\varphi v_\varphi}{\sqrt{a_r^2 + a_\varphi^2} \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}},$ |
| polumjer zakrivljenosti putanje: | $\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v^2}{\frac{ \vec{a} \times \vec{v} }{v}} = \frac{v^3}{ a_x v_y - a_y v_x },$ | $\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v^2}{\frac{ \vec{a} \times \vec{v} }{v}} = \frac{v^3}{ a_r v_\varphi - a_\varphi v_r }.$ |
| Matematička formula za polumjer zakrivljenosti putanje: | $\rho = \frac{[1 + (y')^2]^{\frac{3}{2}}}{y''},$ | $\rho = \frac{[r^2 + (r')^2]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2(r')^2 - rr''}.$ |