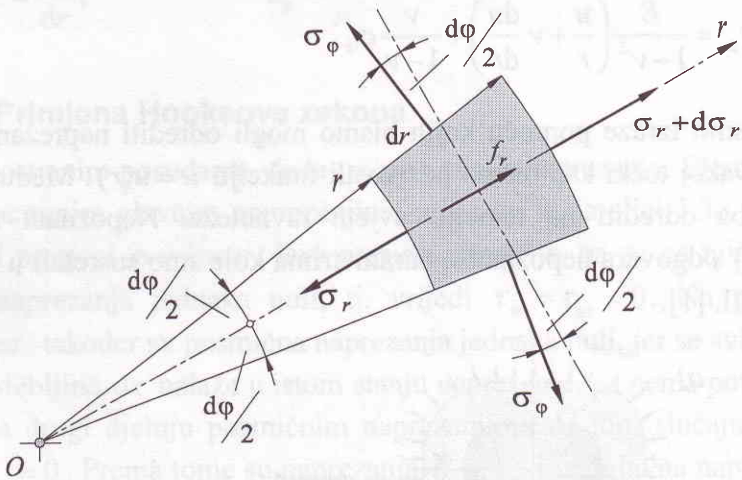
3.1.5. Diferencijalna jednadžba ravnoteže elementa

Na slici 3.4 prikazan je diferencijalni element na koji djeluju naprezanja σ_r i σ_φ te inercijska obujamna sila f_r. U slučaju rotirajućeg diska ta je sila jednaka centrifugalnoj sili, tj. vrijedi

$$f_r = -\rho\, a_n = \rho\, r\omega^2, \; N/m^3 \tag{3.9}$$



Slika 3.4 Sile na diferencijalnom elementu debelostjene posude

Naprezanja σ_φ nisu okomita na radijalan pravac r nego s njim čine kut $\pi/2 - \mathrm{d}\varphi/2$. Prema tome, projekcija cirkularnih naprezanja σ_φ na radijalan pravac iznosi $2\sigma_\varphi \sin(\mathrm{d}\varphi/2) \approx \sigma_\varphi \mathrm{d}\varphi$.

Sada je uvjet ravnoteže elementa debljine dx u radijalnom pravcu

$$\Sigma F_r = -\sigma_r r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}z + \left(\sigma_r + \mathrm{d}\sigma_r\right)(r + \mathrm{d}r)\mathrm{d}\varphi\;\mathrm{d}x -$$
$$-2\sigma_\varphi \sin\left(\mathrm{d}\varphi/2\right)\mathrm{d}r\,\mathrm{d}x + f_r r\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}x = 0\,.$$

Ako uvrstimo (3.9) u gornji izraz, uzmemo u obzir da je $2\sin\left(\mathrm{d}\varphi/2\right) \approx \mathrm{d}\varphi$ i zatim taj izraz sredimo zanemarujući male veličine višeg reda, dobit ćemo

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + \rho\, r\omega^2 = 0\,. \tag{3.10}$$

Dobili smo diferencijalnu jednadžbu ravnoteže osnosimetričnog tijela.