## 1.8. Drugi Castiglianov teorem

Kad se radi o linearno-elastičnom tijelu i mirnom opterećenju, rad vanjskih sila $W$ potpuno se pretvara u potencijalnu energiju elastičnog deformiranja, tj. vrijedi

$$W = U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\, q_i \,. \tag{1.67}$$

Kako vidimo energija deformiranosti je funkcija poopćenih sila i poopćenih pomaka. Međutim pomoću uplivnih koeficijenata možemo poopćene pomake izraziti preko uplivnih koeficijenata i poopćenih sila i obratno. Budući da je

$$q_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{\underset{ij}{ji}} Q_j \,, \tag{1.68}$$

možemo (1.30) napisati u obliku *ij

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \alpha_{\underset{ij}{ji}} Q_i Q_j \,. \tag{1.69}$$

Izraz (1.69) u razvijenom obliku glasi

$$\begin{aligned} U = \frac{1}{2}\big[ &(\alpha_{11}Q_1 + \alpha_{12}Q_2 + \cdots \alpha_{1i}Q_i + \cdots \alpha_{1n}Q_n)Q_1 + \\ &+ (\alpha_{21}Q_1 + \alpha_{22}Q_2 + \cdots \alpha_{2i}Q_i + \cdots \alpha_{2n}Q_n)Q_2 + \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &+ (\alpha_{i1}Q_1 + \alpha_{i2}Q_2 + \cdots \alpha_{ii}Q_i + \cdots \alpha_{in}Q_n)Q_i + \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &+ (\alpha_{n1}Q_1 + \alpha_{n2}Q_2 + \cdots \alpha_{ni}Q_i + \cdots \alpha_{nn}Q_n)Q_n \big]. \end{aligned} \tag{1.70}$$

Derivirajmo gornji izraz po bilo kojoj poopćenoj sili $Q_i$ pa ćemo dobiti

**Qn brisati**

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial Q_i} = \frac{1}{2}\big[ &(\alpha_{1i}Q_1 + \alpha_{2i}Q_2 + \cdots \alpha_{ni}Q_n) + \\ &+ (\alpha_{i1}Q_1 + \alpha_{i2}Q_2 + \cdots \alpha_{in}Q_n)Q_n + 2\alpha_{ii}Q_i \big]. \end{aligned} \tag{1.71}$$