$$\sum_{k=1}^{n} Q_k \alpha_{ki} Q_i + \frac{1}{2} \alpha_{ii} Q_i^2, \qquad i \neq k \neq j. \tag{1.54}$$

Ako nakon toga djeluje sila Q_j dodatno će sile izvršiti rad

$$\sum_{k=1}^{n} Q_k \alpha_{kj} Q_j + \alpha_{ij} Q_j Q_i + \frac{1}{2} \alpha_{jj} Q_j^2. \qquad i \neq k \neq j \tag{1.55}$$

Prema tome, sveukupan rad iznosi

$$W_1 = W_0 + \sum \alpha_{ki} Q_k Q_i + \frac{1}{2} \alpha_{ii} Q_i^2 + \sum \alpha_{kj} Q_k Q_j + \alpha_{ij} Q_j Q_i + \frac{1}{2} \alpha_{jj} Q_j^2 = U_1. \tag{1.56}$$

U slučaju kad se promjeni redoslijed djelovanja sila, tj. najprije djeluje sila Q_j pa zatim Q_i izvršeni rad W_2 iznosi

$$W_2 = W_0 + \sum \alpha_{kj} Q_k Q_j + \frac{1}{2} \alpha_{jj} Q_j^2 + \sum \alpha_{ki} Q_k Q_i + \alpha_{ji} Q_i Q_j + \frac{1}{2} \alpha_{ii} Q_i^2 = U_2. \tag{1.57}$$

Budući da energija deformiranja ne ovisi o redoslijedu primjene sila Q_i i Q_j, bit će

$$U_1 = U_2. \tag{1.58}$$

Ako se (1.56) i (1.57) uvrsti u (1.58) i sredi, dobit će se

$$a_{ij} = \alpha_{ji}, \tag{1.59}$$

što smo i htjeli dokazati.

1.7. Matrica recipročnih uplivnih koeficijenata

Matrica je uplivnih koeficijenata $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_{ij}]$ prema Maxwellovu teoremu simetrična. Njezini su dijagonalni elementi pozitivni. Matematički bismo mogli pokazati da je matrica regularna, tj. da je njezina determinanta različita od nule. U tom slučaju možemo odrediti njoj inverznu matricu $[\alpha_{ij}]^{-1} = [k_{ij}]$, tako da vrijedi