Iz uvjeta danom u zadatku:

$$z_S = h_1 = \frac{1}{V}\left(z_{S0}V_0 - z_{S1}V_1\right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 h \cdot \frac{h}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 h_1 \cdot \frac{h_1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 (h-h_1)},$$

sređivanjem slijedi kvadratna jednadžba s varijablom h_1:

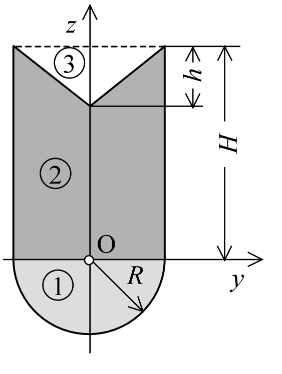
$$\boxed{3h_1^2 - 4h \cdot h_1 + h_1 = 0,}$$

čija su rješenja: $(h_1)_{1,2} = \frac{2h \pm \sqrt{4h^2 - 3h^2}}{3} = \frac{h}{3}(2 \pm 1)$: trivijalno rješenje, $(h_1)_1 = h$, $(h_1)_2 = \frac{h}{3}$.

Prema tome visina izrezane piramide ABCD$_1$ mora biti: $h_1 = \frac{h}{3}$.

Primjer 7.3

Homogeno tijelo sastoji se od polukugle i valjka iz kojeg je izrezan pravilni stožac, prema slici 7.8. Treba odrediti težište takvog tijela, ako je zadano:
H = 1,4 m, R = 0,5 m, h = 0,4 m.



Slika 7.8

***Rješenje*:**

Obujmi i težišta dijelova tijela:

$$V_1 = \frac{2}{3}R^3\pi = \frac{2}{3}\cdot 0{,}5^3 \cdot \pi = 0{,}2618\ \mathrm{m}^3,$$

$$z_{S1} = -\frac{3}{8}R = -\frac{3}{8}\cdot 0{,}5 = -0{,}1875\ \mathrm{m},$$

$$V_2 = R^2\pi \cdot H = 0{,}5^2 \cdot \pi \cdot 1{,}4 = 1{,}0996\ \mathrm{m}^3, \qquad z_{S2} = \frac{H}{2} = \frac{1{,}4}{2} = 0{,}7\ \mathrm{m},$$

$$V_3 = -\frac{1}{3}R^2\pi \cdot h = -\frac{1}{3}\cdot 0{,}5^2 \cdot \pi \cdot 0{,}4 = -0{,}1047\ \mathrm{m}^3, \qquad z_{S3} = H - \frac{h}{4} = 1{,}4 - \frac{0{,}4}{4} = 1{,}3\ \mathrm{m}.$$

Obujam tijela:

$$V = \sum_{i=1}^{3} V_i = 0{,}2618 + 1{,}0996 - 0{,}1047 = 1{,}2566\ \mathrm{m}^3.$$

Položaj težišta na simetrali (os z) tijela:

$$z_S = \frac{1}{V}\cdot\sum_{i=1}^{3} z_{Si}V_i = \frac{-0{,}1875 \cdot 0{,}2618 + 0{,}7 \cdot 1{,}0996 - 1{,}3 \cdot 0{,}1047}{1{,}2566}, \qquad z_S = 0{,}465\ \mathrm{m}.$$