

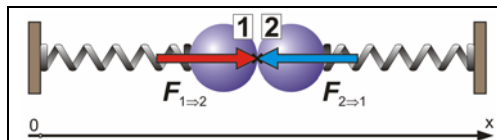
3.1 Sila i protusila – treći Newtonov zakon

Sile – vektorske veličine (**F**) kojim se opisuju uzajamna mehanička djelovanja tijela. Prema tome, sile se uvijek javljaju u parovima – ako tijelo **1** djeluje na tijelo **2** silom **F_{1→2}** (akcija) onda će tijelo **2** djelovati na tijelo **1** protusilom **F_{2→1}** (reakcija). Jedinica je sile njutn (N).

<p>SILE</p> <p>bezkontaktne kontaktne</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ kada se dodirnu tijela koja uzajamno djeluju gravitacijskim silama – deformacije ○ pri dodiru tijela koja uzajamno djeluju električnim silama – izjednačavanje naelektrisanja
---	--

Kontaktne sile – sile između tijela koja se nalaze u neposrednom dodiru (jabuka na površini Zemlje).

Bezkontaktne sile – sile između tijela koja se ne nalaze u neposrednom dodiru (jabuka koja pada s grane ka Zemlji).



Treći Newtonov zakon: sila i protusila imaju jednake pravce djelovanja, a različite smjerove te jednake intenzitete (uvijek pozitivan):

$$F_{1\rightarrow 2} = -F_{2\rightarrow 1} \Rightarrow F_{1\rightarrow 2} + F_{2\rightarrow 1} = 0 \quad (\text{vektorski})$$

$$|F_{1\rightarrow 2}| = |F_{2\rightarrow 1}|$$

Komponente (intenziteti s oznakama pravca i predznacima smjera) sile i protusile:

$$F_x = |F| \cdot \cos \alpha \quad (\text{projekcija na } x \text{ osi})$$

gdje je α kut sile u odnosu na aktualnu os, koji vektor sile opiše pri zaokretanju do poklapanja smjerova (strijelica) vektora sile i aktualne osi.

$$\alpha_{1\rightarrow 2, x} = 0^\circ \quad \alpha_{2\rightarrow 1, x} = 180^\circ \quad \cos \alpha_{1\rightarrow 2, x} = 1 \quad \cos \alpha_{2\rightarrow 1, x} = -1 \quad (\text{trigonometrijska kružnica})$$

$$F_{1\rightarrow 2, x} = |F_{1\rightarrow 2}| \cdot \cos \alpha_{1\rightarrow 2, x} = |F_{1\rightarrow 2}| \quad F_{2\rightarrow 1, x} = |F_{2\rightarrow 1}| \cdot \cos \alpha_{2\rightarrow 1, x} = -|F_{2\rightarrow 1}|$$

$$\sum F_{i,x} = F_{1\rightarrow 2, x} + F_{2\rightarrow 1, x} = |F_{1\rightarrow 2}| - |F_{2\rightarrow 1}| = 0$$



Prema tome, pri ispravljanju profila:

- (a) na kraj profila djeluje vlačna sila kuke (teži ispraviti profil), što podrazumijeva vlačnu protusilu na kuki (teži ispraviti kuku),
- (b) kuku teži ispraviti vlačna sila profila, što podrazumijeva vlačnu protusilu na kraju profila (teži ispraviti profil).

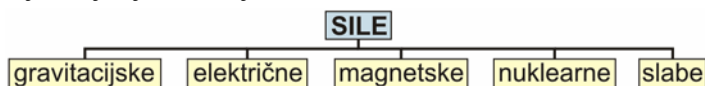
Sila i protusila djeluju na dva različita tijela, ali, što je sila, što protusila nije egzaktno određeno nego ovisi o postavljenom problemu. Protusila djeluje kako kod kontaktnih tako i kod bezkontaktnih sila (privlači li Zemlja jabuku na grani ili jabuka na grani Zemlji).

3.2 Sila i polja sila

Prema **posljedicama** djelovanja:

<p>SILE</p> <p>statičke dinamičke</p>	<p>Statička djelovanja se izučavaju u statici i podrazumijevaju uspostavljenu ravnotežu (praćenu elastičnim deformacijama tijela – u slučaju plastičnih se trajno mijenja geometrija tijela).</p> <p>Dinamička djelovanja se izučavaju u dinamici i podrazumijevaju gibanje tijela (akceleracija a).</p>
---	---

Prema **uzrocima**, odnosno poljima u kojima djeluju, razlikuju se:



Gravitacijske sile (sile kojima se privlače dva tijela koja sadrže određene količine supstancija) djeluju u **gravitacijskim poljima**:

	<p>Sila kojom tijelo 1 privlači tijelo 2:</p> $F_{r,1\rightarrow 2} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{1\rightarrow 2}^2} \cdot r_0 \quad (\text{masa tijela, } m \geq 0)$	<p>Na površini Zemlje je:</p> $F_{r,Z\rightarrow 2} = - \left(G \cdot \frac{m_Z}{r_Z^2} \right) \cdot m_1 \cdot r_0$
--	--	---

gdje je: G – konstanta = $6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$, (srednji je radijus Zemlje oko 6370 km, a masa oko $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$)

m_1 i m_2 – mase tijela koja se uzajamno gravitacijski privlače, kg,

$r = |r|$ – intenzitet radijus vektora, m (uvijek pozitivan); r_0 – ort aktualne osi

Predznak – (minus u izrazu za silu) ukazuje na suprotan smjer vektora sile i radijus vektora, a kako su vrijednosti masa i intenziteta radijus vektora uvijek pozitivne to podrazumijeva da gravitacijske sile mogu biti samo privlačne. (jednadžba opisuje rezultate promatranja/pokusa) .

Električne sile (elektrostatske sile kojima se privlače dva tijela određenih električnih naboja) djeluju u **električnim poljima**:

<p>smjer sile je pogrešno pretpostavljen !</p>	<p>Sila kojom tijelo 1 privlači tijelo 2:</p> $F_{r,1\rightarrow 2} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{1\rightarrow 2}^2} \cdot r_0 \quad (\text{naboji tijela, } q = >, = \text{ ili } < 0)$	<p>Unošenjem vrijednosti:</p> <p style="text-align: center;">$q_1 > 0$</p> <p>ispravlja se smjer sile.</p>
--	--	--

gdje je: k – konstanta, u vakuumu = $8,988 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$,

q_1 i q_2 – naboji tijela koja se uzajamno električno privlače, C.

Predznak + (plus u formuli za silu) ukazuje na isti smjer vektora sile i radijus vektora, što podrazumijeva odbojne električne sile između tijela s nabojima istog predznaka (+/+ ili -/-) i privlačne električne sile između tijela s nabojima različitog predznaka (+/-).

3.3 Masa, težina, hvatište i normalna sila

Masa (m) – skalarna veličina kojom se opisuje količina sadržanih supstancija ($n=m/RAM$), te inercija (tromost, ustrajnost) tijela ($a = F/m$). Jedinica je kilogram (kg). Ne mijenja se u odsustvu razmjene supstancija s okolinom (difuzija, izgaranje, korozija). (Zemlja/Mjesec).

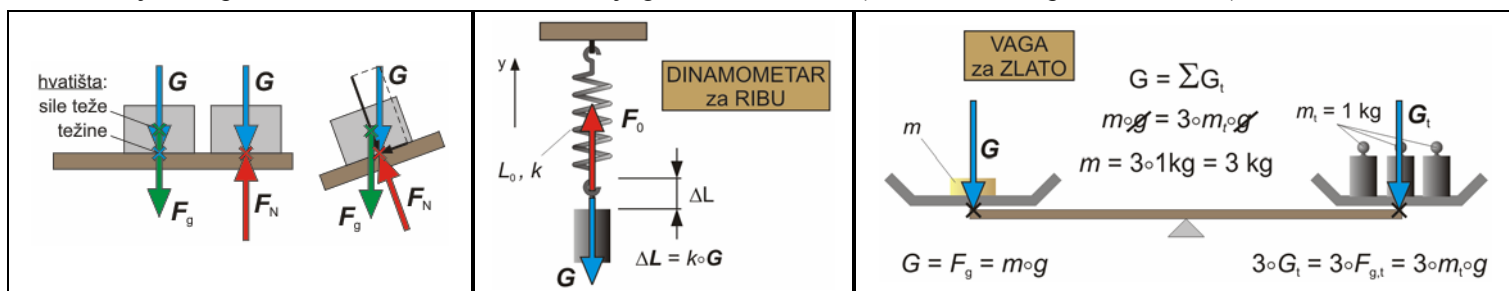
Težina (G) – vektorska veličina kojom se opisuje sila djelovanja tijela na podlogu (na kojoj stoji) ili na ovjes (o kome visi). Jedinica je njutn (N). **Nije svojstvo tijela** jer se mijenja u ovisnosti od vanjskih utjecaja (sila teže). (Zemlja/Mjesec). Težina je u vakuumu jednaka sili teže (F_g) kojom Zemlja djeluje na tijelo (jednakost je u atmosferi/vodi manje/više upitna zbog uzgona kojim fluid djeluje na uronjeno tijelo):

$$G = F_g = m \cdot g \quad \text{gdje je: } g - \text{„ubrzanje“ Zemljine teže } \approx 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \quad (\text{Je li masa tijela u bestežinskoj komori jednaka nuli?})$$

Izraženo s komponentama: (podrazumijeva se određen pravac/smjer)

$$G = F_g = m \cdot g \quad \text{ali, može i: } F_g = - \left(G \cdot \frac{m_Z}{r_Z^2} \right) \cdot m = - \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6370 \text{ km})^2} \right) \cdot m = - 9,830 \cdot m \text{ (što je problem ?)}$$

Zaokruživanjem na $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ unosi se u izračunavanje greška od oko 2 %. (Slavonski Brod: $g = 9,807 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)



Ako je pravac komponente jasno određen, uobičajeno je oznake pravca komponenti ($g_y, G_y, F_{g,y}$) izostaviti i podrazumijevati (g, G, F_g).

Normalna sila (F_N) – djeluje na tijelo i okomita je na podlogu (uravnotežava djelovanje komponente težine tijela okomite na podlogu).

Hvatište – točka tijela u kojoj djeluje sila. Hvatište sile teže je u tijelu – u **težištu**, dok je hvatište težine u točki ovjesa ili oslonca.

Dinamometrom se mjeri vrijednost intenziteta sile (vektor), na temelju promjene duljine opruge dinamometra, a **vagom** s dvije plitice vrijednost mase (skalar) – uspoređivanjem mase tijela s poznatim masama utega. Rezultati se očitavaju po uspostavljanju stanja statičke ravnoteže. (Zašto se zlato mjeri masa vagom, a ulovljenoj ribi težina dinamometrom?)

$$\text{Kod dinamometra: } G = G_y = |G| \cdot \cos \pi = |G| \cdot (-1) = -|G| \quad F_0 = F_{0,y} = |F_0| \cdot \cos 0 = |F_0| \cdot 1 = |F_0|$$

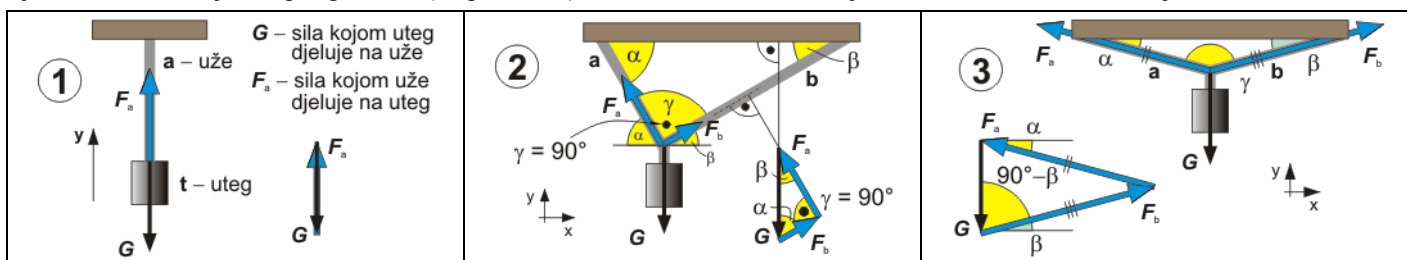
3.4 Ravnoteža sila

Točka u stanju ravnoteže sila **miruje**. Po uspostavljanju ravnoteže sila tijelo, npr. opruga, miruje i ne deformira se. Promjene izazvane djelovanjem sila s vremenom (gibanje) promatraju se u **dinamici**. (Gdje spada deformiranje uslijed sporih promjena svojstva materijala?)

Točka je u **stanju ravnoteže** ako je rezultanta svih sila koje na nju djeluju jednaka nuli: $F_R = \sum F_i = 0$ (Vrijedi li isto i za tijelo?)

$$\text{U koordinatnom sustavu } 0,x,y,z, \text{ izraženo s komponentama: } F_{R,x} = \sum F_{i,x} = 0 \quad F_{R,y} = \sum F_{i,y} = 0 \quad F_{R,z} = \sum F_{i,z} = 0$$

U stanju ravnoteže moraju biti poligoni sila («rep na vrh») zatvoreni, odnosno kada je: $|F_R| = 0 \Rightarrow$ vlada stanje ravnoteže sila.



Primjer P-3.1: Tijelo je obješeno na jednom užetu (pravocrtni problem). Odrediti silu kojom uže **a** (F_a) djeluje na uteg.

(a) vektorski: $F_R = G + F_a = 0 \Rightarrow F_a = -G$ (oznake pravca y se izostavljaju i podrazumijevaju)

(b) komponente (os y): $F_a = |F_a| \cdot \cos 0 = |F_a| \quad G = |G| \cdot \cos \pi = -|G| \Rightarrow F_R = F_a + G = |F_a| - |G| = 0$

Primjer P-3.2: Tijelo je obješeno na dva užeta duljina a i b , pod kutom $\gamma = 90^\circ$ (problem u ravnini). Odrediti sile F_a i F_b .

(a) «sažeti teorijski pristup» – vektorski: $F_R = G + F_a + F_b = 0$

(b) «pristup u fizici»: sile se određuju matematičkom obradom trokuta (Pitagorin poučak + trigonometrija).

(c) «strojarski pristup»: sile se određuju analizom komponenti u koordinatnom sustavu $0,x,y$:

$$F_{R,x} = F_{a,x} + F_{b,x} + G_x = 0 \quad F_{R,y} = F_{a,y} + F_{b,y} + G_y = 0$$

$$F_{R,y} = |F_a| \cdot \cos (90^\circ - \alpha) + |F_b| \cdot \cos (90^\circ - \beta) + |G| \cdot \cos 180^\circ = |F_a| \cdot \sin \alpha + |F_b| \cdot \sin \beta - |G| = 0$$

$$F_{R,x} = |F_a| \cdot \cos (180^\circ - \alpha) + |F_b| \cdot \cos \beta + |G| \cdot \cos 90^\circ = -|F_a| \cdot \cos \alpha + |F_b| \cdot \cos \beta = 0$$

Rješenje (određene vrijednosti sila F_a i F_b) se dobiva rješavanjem prethodne dvije jednačbe s dvije nepoznanice.

Primjer P-3.3: Tijelo je obješeno na dva užeta, $L_a = L_b$, pod kutom $\gamma = 135^\circ$. Odrediti sile F_a i F_b . (dovršiti imajući u vidu $\alpha = \beta$):

3.5 Dijagram sila slobodnog tijela

Pri rješavanju problema ravnoteže tijela treba:

- (a) postaviti pogodan **koordinatni sustav**,
- (b) odrediti **aktualno tijelo** i
- (c) formirati **dijagram sila slobodnog tijela** za aktualno tijelo.

Dijagram sila slobodnog tijela – grafički prikaz tijela u kome su djelovanja okoline na tijelo zamijenjena vektorima sila.

<p>1</p> <p>z – zid a – uže t – uteg</p> <p>ravnoteža: $F_R = F_a + G = 0$</p>		<p>G – težina utega, F_a – sila kojom uže djeluje na uteg.</p> <p>F_{az} – sila kojom uže vuče zid na dolje, F_{za} – sila kojom zid vuče uže na gore, F_{ta} – sila kojom uteg vuče uže na dolje, F_{at} – sila kojom uže vuče uteg na gore, F_g – sila teže kojom Zemlja privlači uteg – na dolje,</p> <p>⇒ uže je zategnuto pod djelovanjem dvije sile jednakih intenziteta, pravaca, i suprotnih smjerova: F_{za} i F_{ta} ⇒ ušica je zategnuta pod djelovanjem dvije sile jednakih intenziteta, pravaca, i suprotnih smjerova: G i F_a</p>
---	--	---

<p>2</p> <p>ravnoteža: $F_{R,y} = F_{a,y} + F_{b,y} + G_y = 0$ $F_{R,x} = F_{a,x} + F_{b,x} + G_x = 0$</p>		<p>3</p> <p>ravnoteža: $F_{R,y} = F_{a,y} + F_{b,y} + G_y = 0$ $F_{R,x} = F_{a,x} + F_{b,x} + G_x = 0$</p>
--	--	--

3.6 Moment sile

Moment sile – vektorska veličina koja se koristi pri analizi ravnoteže i vrtnje tijela oko osi. Opisuje se vektorskim umnoškom:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = |\mathbf{r}| \circ |\mathbf{F}| \circ M_0$$
 gdje je: **r** – vektor položaja hvatišta sile u odnosu na os, u ravnini okomitoj na os, m,
F – zakretna sila, N.

<p>krak sile: $r_F \equiv \mathbf{r} \circ \sin \alpha$</p> <p>pravilo desne ruke</p> <p>krak sile</p>	
---	--

Vektor **M** je okomit na ravninu u kojoj leže vektori **r** i **F**. Smjer se određuje **pravilom desne ruke** (vijka s desnom zavojnicom) ili **pravilom kazaljke na satu** – moment koji teži zakrenuti tijelo (ili ga vrti) u smjeru kazaljke na satu ima negativan predznak.

Intenzitet je momenta sile:

$$|\mathbf{M}| = |\mathbf{r}| \circ |\mathbf{F}| \circ \sin \alpha \quad (\sin 90^\circ = 1, \sin 0^\circ = 0) \quad [|\mathbf{M}|] = [|\mathbf{r}|] \circ [|\mathbf{F}|] = \text{m} \circ \text{N} = \text{N} \circ \text{m} \text{ (prvi je: mN i Nm)}$$

Kut α se opisuje pri zakretanju prvog vektora vektorskog umnoška do poklapanja njegovog smjera sa smjerom drugog, čime se određuje i smjer vektora momenta.

Statička djelovanja momenata sila se izučavaju u **statici** i podrazumijevaju uspostavljene **ravnoteže** sustava (opterećenja neizbježno prate manje ili veće deformacije), a **dinamička** djelovanja sila se izučavaju u **dinamici** i podrazumijevaju rotaciju.

Tijelo s osi zakretanja je u **stanju ravnoteže** ako je rezultanta svih momenata sila:

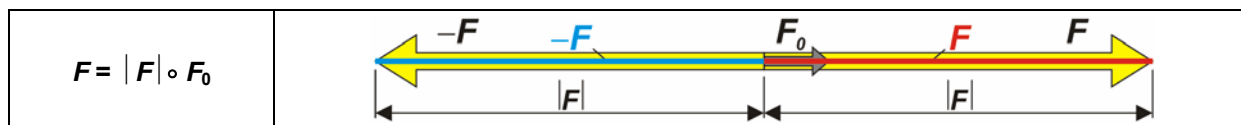
$$\mathbf{M}_R = \sum \mathbf{M}_i \quad \text{– drugi uvjet ravnoteže} \quad (\text{prvi je: } \sum \mathbf{F}_i = 0)$$

<p>alat - korisnost i učinkovitost?</p>	<p>promjer kotača?</p>	<p>promjer volana?</p>	<p>glodalo dubina glodanja posmak radni komad</p>
---	------------------------	------------------------	---

3.7 Skalarni i vektorski produkt

Vektorska veličina, (na primjer, sila, \mathbf{F}) – određena je s intenzitetom, pravcem i smjerom (orijentacija), a opisuje se:

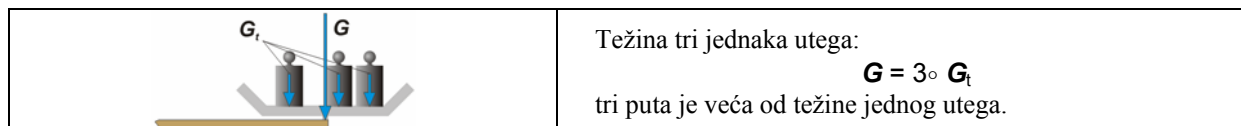
- (a) vektorski – predznakom (+ ili -), intenzitetom vektora $|\mathbf{F}|$ (uvijek je pozitivan) koji obuhvaća brojčani iznos i mjernu jedinicu, te jediničnim vektorom \mathbf{F}_0 – ortom (određuje pravac i pozitivni smjer) ili
- (b) komponentama – predznakom (+ ili -), brojčanom vrijednošću i jedinicom intenziteta vektora, indeksom (određuje pravac i pozitivni smjer).



Množenjem vektora skalarom, na primjer, množenjem vektora \mathbf{F} skalarom k , dobije se vektor \mathbf{F}_1 :

$$\text{intenziteta je } F_1 = |k| \circ F$$

Rezultat množenja vektora skalarom je vektor promijenjenog intenziteta (većeg ako je $k > 1$ i manjeg ako je $k < 1$), nepromijenjenog pravca djelovanja, te nepromijenjenog ($k > 0$) ili promijenjenog ($k < 0$) smjera (predznak).



Množenje vektora vektorom

Skalarni produkt dva vektora je **skalar**:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \circ |\mathbf{b}| \circ \cos \alpha \quad (\text{rad: } W = \mathbf{F} \circ \Delta \mathbf{r} = |\mathbf{F}| \circ |\Delta \mathbf{r}| \circ \cos \alpha)$$

gdje je: α – kut između vektora.

Nije dobro kazati "rad je određen skalarnim produktom ..." (obavljanje rada se ne odvija prema skalarnom produktu) nego "rad se opisuje skalarnim produktom ..." (na jednostavan način, a skalarni se produkt koristi i za opisivanje drugih procesa).

Vektorski produkt dva vektora je **vektor**:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \circ |\mathbf{b}| \circ \sin \alpha \circ \mathbf{c}_0 \quad (\text{moment sile: } \mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = |\mathbf{r}| \circ |\mathbf{F}| \circ \sin \alpha \circ \mathbf{M}_0)$$

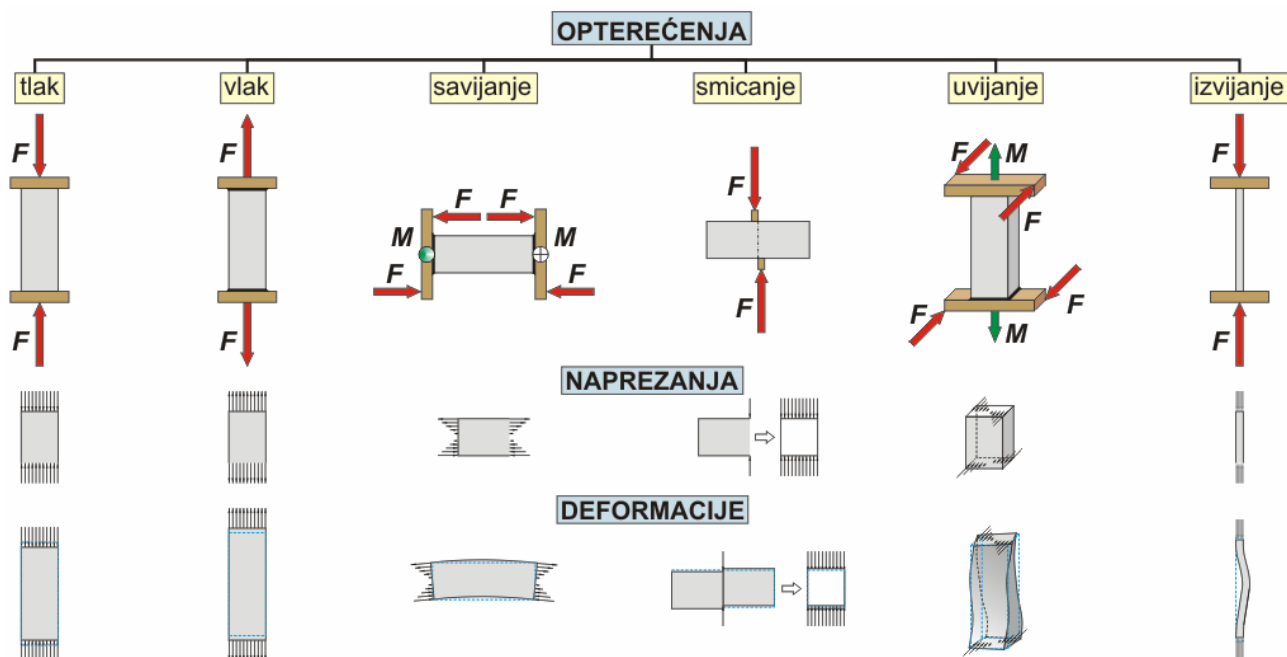
Pravac vektora \mathbf{c} je okomit na ravninu određenu pravcima vektora \mathbf{a} i \mathbf{b} . Kut α se opisuje pri zaokretanju prvog vektora vektorskog umnoška do poklapanja njegovog smjera sa smjerom drugog, čime se određuje i smjer vektora momenta – **pravilo desne ruke**.

Je li rezultat množenja dva vektora skalarni produkt ili vektorski produkt ovisi o prirodi opisivane pojave ili procesa, a nikako obrnuto.

3.8 Opterećenja i deformacije

Kao posljedica **opterećenja** tijela silama/momentima javljaju se u tijelima:

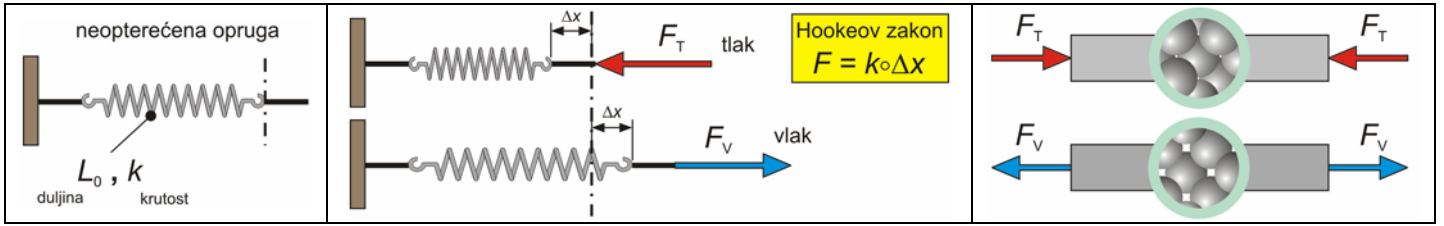
- (a) **naprezanja** (= sila/moment kojim je tijelo opterećeno po jedinici površine poprečnog presjeka)
- (b) **deformacije** (= promjena dimenzije tijela izazvana opterećenjem po jedinici izvorne dimenzije).



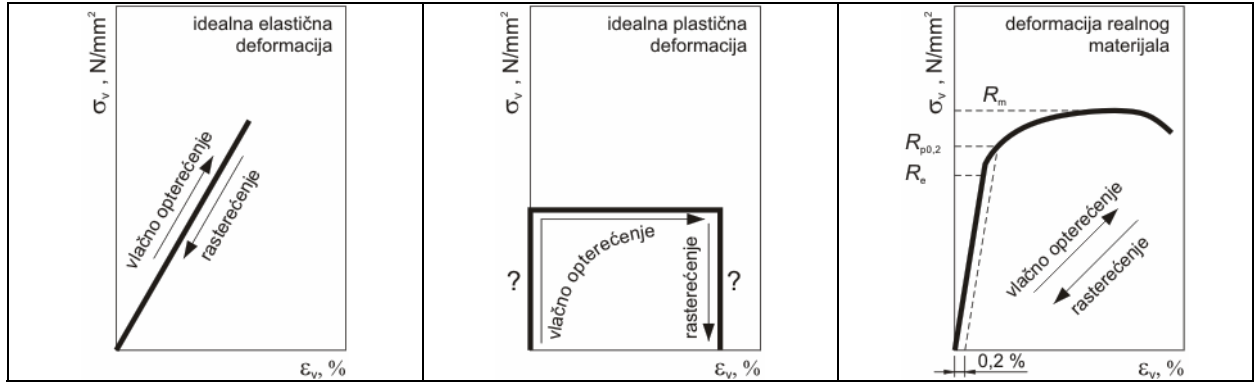
<p>vlačno naprezanje (komponenta sile):</p> $\sigma_v = \frac{F_v}{A} \quad [\sigma_v] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} (\Rightarrow \text{MPa})$ <p>F_v – vlačna sila, N A – površina presjeka okomitog na silu, mm^2</p>	<p>postotno produženje (vlak):</p> $\varepsilon_v = \frac{L - L_0}{L_0} \circ 100 \quad [\varepsilon_v] = \frac{[L]}{[L]} \circ 100 = \%$ <p>L_0 – duljina bez opterećenja, mm L – duljina pod opterećenjem, mm</p>	<p>modul elastičnosti: (svojstvo materijala)</p> $E = \frac{\sigma_v}{\varepsilon_v}$ $[E] = \frac{[\sigma_v]}{[\varepsilon_v]} = \frac{\text{N} \circ \text{mm}^{-2}}{\text{mm} \circ \text{mm}^{-1}} = \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
--	---	---

3.9 Elastične i plastične deformacije

Elastična deformacija – deformirano tijelo po prestanku opterećenja poprima prvobitni obujam i oblik. (nogometna lopta, opruga, dinamometar) U području elastičnosti vrijedi Hookeov zakon.



Plastična deformacija – deformirano tijelo po prestanku opterećenja ostaje deformirano. (plastelin, zakovica)



S porastom vlačne sile, pri konstantnoj površini (poprečnog presjeka), raste vlačna napetost do:

- R_e – granice elastičnosti (do koje vrijedi Hookeov zakon),
- $R_{p0,2}$ – granice plastične deformacije $\epsilon_v = 0,2 \%$ (nakon rasterećenja tijelo ostaje trajno deformirano),
- R_m – čvrstoće (vlačne) materijala (slijedi spontano smanjivanje površine poprečnog presjeka, te konačno prekid),

Veličine R_e , $R_{p0,2}$, R_m , kao i modul elastičnosti E , svojstva su materijala (pri vlačnom opterećenju) i određuju se u laboratorijima za ispitivanje materijala, sa standardiziranim uzorcima (epruvetama) na standardiziranim strojevima, po standardiziranim postupcima. Pored ovih svojstava, u laboratorijima se određuju i brojna druga svojstva materijala u uvjetima različitih vanjskih utjecaja (temperatura).

3.10 Toplinsko širenje/rastezanje i toplinsko naprezanje

U pravilu, pri povećanju temperature šire se kruta tijela i tekućine (plinovi).

Toplinsko rastezanje (linearno), ΔL (kod promatranog problema je jedna dimenzija značajna, npr. blokada koljenastog vratila u kliznom ležaju motora s unutarnjim izgaranjem; dolazi do izražaja kada je jedna dimenzija dominantna, npr. štapovi, cijevi, željezničke tračnice) – pokusima je utvrđena razmjernost toplinskog rastezanja početnoj duljini (L_0 pri početnoj temperaturi T_0 i povišenju temperature ΔT):

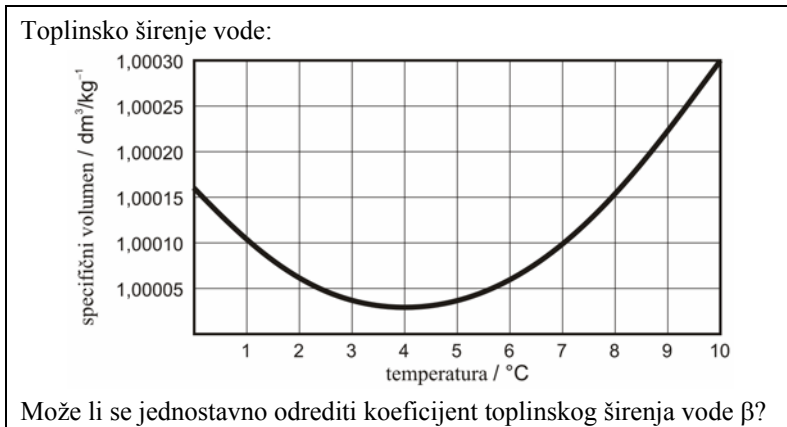
$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad \text{gdje je: } \alpha \text{ – koeficijent linearnog rastezanja, } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Duljina L na temperaturi t je: $L = L_0 + \Delta L = L_0 + \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ (T su u K i $^\circ\text{C}$ različite, ali su ΔT jednake)

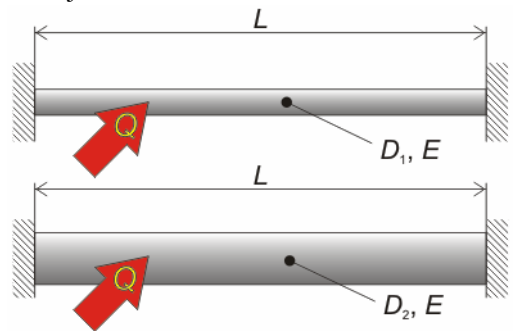
Toplinsko širenje (volumno), ΔV – pokusima je utvrđena razmjernost toplinskog širenja početnom volumenu (V_0 , pri početnoj temperaturi T_0) i povišenju temperature ΔT):

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad \text{gdje je: } \beta \text{ – koeficijent volumnog rastezanja, } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

Volumen L na temperaturi t je: $V = V_0 + \Delta V = V_0 + \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T = V_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$



Koliko se pri dovođenju iste količine topline poveća sila u štapu ako se dva puta poveća promjer uklještenog štapa od istog materijala?



Toplinsko naprezanje (ako se promjena dimenzija mehanički onemogućiti):

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \cdot \Delta T \quad \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \quad \frac{F}{A} = \sigma_T = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

(toplinsko naprezanje ne ovisi o duljini)

gdje je: E – modul elastičnosti, N/mm^2 .

3.11 Potencijalna energija i rad

Potencijalna energija (tijela), E_p , J – pokazatelj sposobnosti tijela za obavljanje rada na temelju njegovog položaja.

POTENCIJALNA ENERGIJA	
gravitacijska	elastična

Gravitacijska potencijalna energija (stanje tijela) posljedica je djelovanja gravitacijskih sila (u gravitacijskim poljima), a **elastična potencijalna energija** posljedica djelovanja elastično deformiranih tijela (npr. deformirana opruga).

$W_{1/2} = F_g \cdot (y_2 - y_1)$ (komponente)

(b) opada E_p

Mehanički rad (tijela), W , J – pokazatelj jednog od oblika razmjene energije (proces a ne stanje) tijela s okolinom (drugim tijelom).

$W = \mathbf{F} \circ \Delta \mathbf{r} = |\mathbf{F}| \circ |\Delta \mathbf{r}| \circ \cos \alpha$ (skalarni proizvod) $W = F_y \circ \Delta y \circ \cos \alpha$ (komponente) $W = \int_0^1 \mathbf{F} \circ d\mathbf{r}$ (za $\mathbf{F} = f(\mathbf{r})$) $[W] = \text{N} \circ \text{m} = \text{J}$

Rad je pozitivan (+W) ako je kut $\alpha < 90^\circ$, maksimalan pri $\alpha = 0^\circ$ ($\cos \alpha = 1$), a ravan nuli ($W = 0$) ako je $\alpha = 90^\circ$ ($\cos \alpha = 0$).

Primjer P-3.4: Koliki je rad dizanja tijela od tla (mora se uložiti rad na savladavanje sile teže).

$W_{1/2} = F_g \circ \Delta y_{1/2}$ $W_{1/2} = |F_g| \circ |y_2 - y_1| \circ \cos \alpha = |F_g| \circ |y_2 - y_1| \circ \cos 180^\circ = |F_g| \circ |y_2 - y_1| \circ (-1) = -|F_g| \circ |y_2 - y_1|$
 $W_{1/2} < 0$ (rad sile teže je negativan), $\Delta E_{p,1/2} = m \circ g \circ (y_2 - y_1) > 0$ (raste potencijalna energija) $W_{1/2} = -\Delta E_{p,1/2}$

Primjer P-3.5: Koliki je rad spuštanja tijela k tlu (uz korištenje pogodnih naprava može se dobiti rad).

$W_{1/2} = F_g \circ \Delta y_{1/2}$ $W = |F_g| \circ |y_2 - y_1| \circ \cos \alpha = |F_g| \circ |y_2 - y_1| \circ \cos 0^\circ = |F_g| \circ |y_2 - y_1| \circ (+1) = |F_g| \circ |y_2 - y_1|$
 $W_{1/2} > 0$ (rad sile teže je pozitivan), $\Delta E_{p,1/2} = m \circ g \circ (y_2 - y_1) < 0$ (opada potencijalna energija) $W_{1/2} = -\Delta E_{p,1/2}$

3.12 Trenje

Trenje – otpor uzajamnom gibanju tijela koja se dodiruju. U pravilu je štetno zbog gubitaka energije (otpori dijelova vozila u uzajamnom gibanju povećavaju potrošnju goriva), ali može biti i korisno (vozilo se bez trenja ne bi moglo niti pokrenuti niti zaustaviti).

Trošenje – površinski gubici materijala izazvani uzajamnim gibanjem tijela koja se dodiruju. Trošenje nije posljedica trenja, nego je kao i trenje posljedica uzajamnog gibanja tijela koja se dodiruju.

UZROCI TRENJA	<ul style="list-style-type: none"> adhezija deformacije brazdanje
	<p>Adhezija – tijela prijanjaju na mjestima kontakta uslijed djelovanja međumolekulskih sila. Površine tijela su neravne i prvi je njihov dodir u točki, s vrlo velikim lokalnim opterećenjem, deformacijom i grijanjem. Broj lokalnih dodira se povećava sve do prestanka deformacija – postizanja nosivosti. (mikrododiri – mikrozavari).</p> <p>Lokalne deformacije – na mjestima kontakta dolazi do deformiranja površinskih slojeva tijela.</p> <p>Brazdanje – pri gibanju čvršće mikro neravnine razaraju mekše.</p>

<p>silom F_v se tijelo vuče po podlozi</p>	<p>detalj "P"</p> <p>suho trenje</p> <p>lokalni dodir</p>	<p>detalj "P"</p> <p>unutarnje trenje tekućine</p> <p>PODMAZIVANJE</p>
---	---	--

Vučna sila, F_v , N – komponentni vektor sile kojim se vuče tijelo po podlozi, paralelan s dodirnom površinom tijelo/podloga.

Suho trenje – trenje uz neposredan dodir uzajamno pokretnih tijela. (bez sloja maziva – zavarivanje)

Podmazivanje – trenje se u pravilu smanjuje ako se između uzajamno pokretnih tijela unese sloj fluida (mazivo). Pri uzajamnom gibanju se javlja otpor unutarnjeg trenja fluida, koji je značajno manji od otpora krutih tijela koja se neposredno uzajamno dodiruju.

Sila trenja, F_T , N – uvijek ima suprotan smjer od vučne sile (F_v). (usporava/sprječava uzajamno gibanje)

$F_T = |F_n| \circ \mu$ (skalarna jednačba)

gdje je: $|F_n|$ – intenzitet normalne sile, N, (indeks n ukazuje na okomitost)

μ – faktor trenja (makropristup), –.

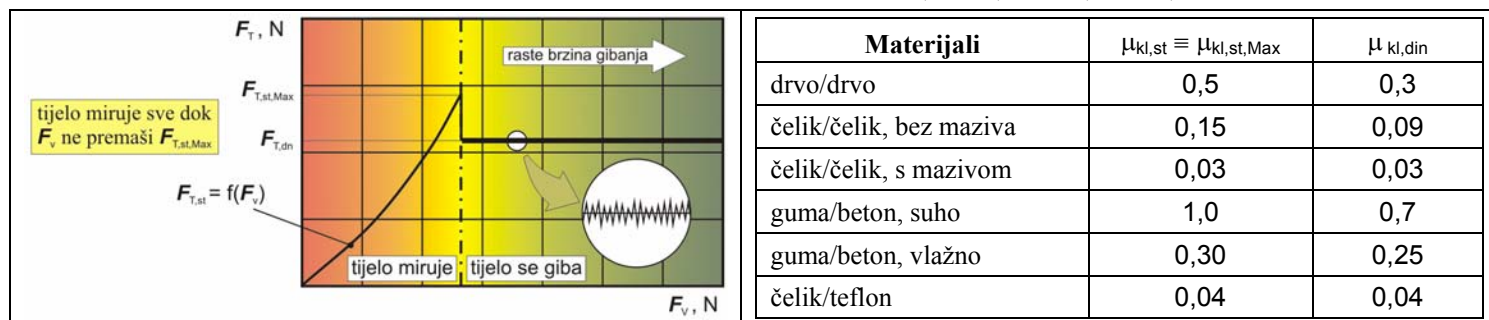
Sila trenja ne ovisi o dodirnoj površini tijela!?



3.13 Statičko/dinamičko trenje

Statičko trenje (neposredno prije pokretanja tijela) je veće od **dinamičkog trenja** (tijelo u pokretu), a **trenje klizanja** (dominiraju međumolekulske sile – adhezija) je veće od **trenja kotrljanja** (dominiraju lokalne deformacije).

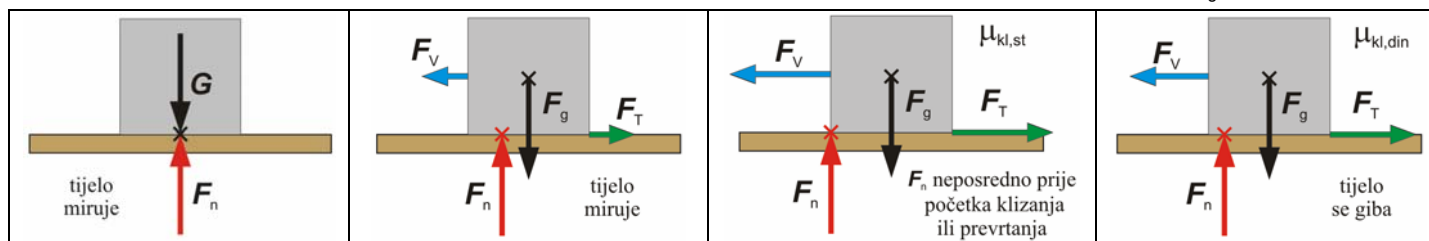
Problemi trenja se u pravilu rješavaju makropristupom (zanemarujući analizu procesa u zoni lokalnih dodira) – eksperimentalnim određivanjem (ili nalaženjem podataka u literaturi) faktora trenja za aktualne uvjete gibanja: $\mu_{kl,st}$, $\mu_{kl,din}$, $\mu_{kot,st}$, $\mu_{kot,din}$.



U tablici su date maksimalne vrijednosti faktora statičkog trenja, naime,

- (a) u odsustvu vučne sile: $\mu_{kl,st} = 0$
- (b) neposredno prije pokretanja tijela: $\mu_{kl,st} = \mu_{kl,st,Max}$

Pod kojim uvjetima dolazi do prevrtanja tijela i kako smanjiti opasnost od prevrtanja? (guranje/povlačenje ormara) Položaj normalne sile F_n se određuje iz uvjeta $\Sigma M = 0$ (kada ovaj uvjet ne bi bio ispunjen tijelo bi se počelo okretati oko horizontalne osi). F_g – gravitacijska sila.



Ubrzanje gibanja tijela (porast brzine u jedinici vremena) određuje rezultanta: (komponente)

$$F = F_V - F_{T,din} = m \cdot a \quad (\Rightarrow \text{dinamika})$$

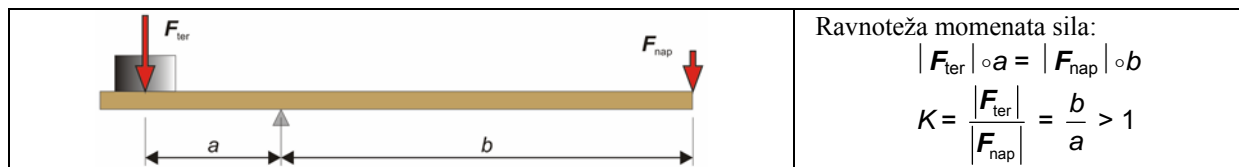
3.14 Mehaničke naprave, korisnost i učinkovitost

Korištenjem **mehaničkih naprava** (najjednostavniji mehanički strojevi) smanjuje se sila (moment sile) potrebna za obavljanje rada. Najčešće korištena mehanička naprava je **poluga**, koja omogućava dizanje tereta (F_{ter}) sa značajno manjim naporom (F_{nap}):



Korisnost mehaničke naprave – u kojoj je mjeri smanjena potrebna sila:

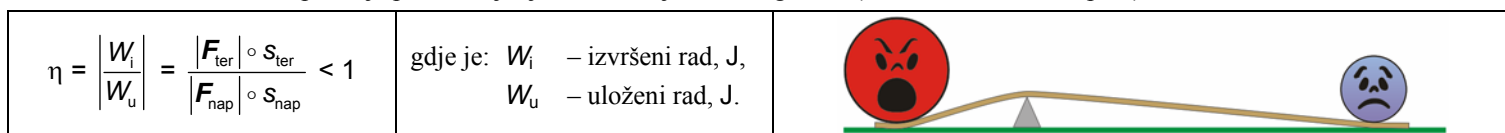
$$K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} > 1 \quad (\text{ako je } K < 1 \text{ je li naprava beskorisna ?}) \quad \text{gdje je: } F_{ter} \text{ – sila kojom teret opterećuje napravo, N, } F_{nap} \text{ – napor (sila) kojom se djeluje na napravo, N.}$$



Kako je iskorišteni rad za dizanje tereta približno jednak uloženom radu, slijedi:

$$K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} \approx \frac{s_{nap}}{s_{ter}} \quad \text{Prema tome, što je veća korisnost mehaničke naprave to će biti dulji put djelovanja napora u odnosu na put tereta. (o čemu ovisi kojom će se brzinom podići teret ?)}$$

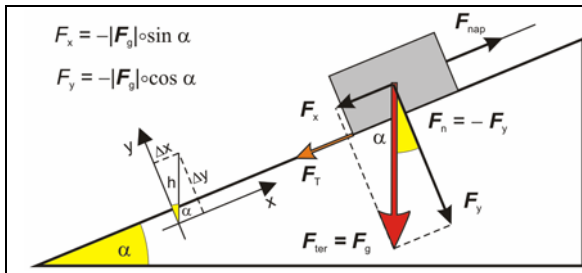
Učinkovitost mehaničke naprave je pokazatelj mjere korištenja uloženog rada: (rad = umnožak sile i puta)



Uzrok $\eta < 1$ su elastične (plastične) **deformacije** mehaničkih naprava i **trenje**. Naime, ako se pri podizanju tereta poluga deformira, da bi teret prešao željeni put s_{ter} mora sila napora djelovati duž puta $s_{nap,def}$ koji je veći od puta kada se koristi poluga koja se ne deformira s_{nap} . Trenje je u osloncu poluge u pravilu zanemarivo.

3.15 Strma ravnina i zavojnica

STRMA RAVNINA:



$F_{ter} = F_g$
 Iz ravnoteže sila slijedi: (komponente)
 $F_{nap} = F_x = - |F_g| \circ \sin \alpha$ (ako se zanemari sila trenja)
 $K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = \frac{|F_g|}{|F_g| \circ \sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} > 1$
 Kako na učinkovitost utječe kut α ?

Međutim, kod strme ravnine ne može se zanemariti trenje (teret klizi po strmoj ravnini) te iz ravnoteže sila slijedi: (x komponente)

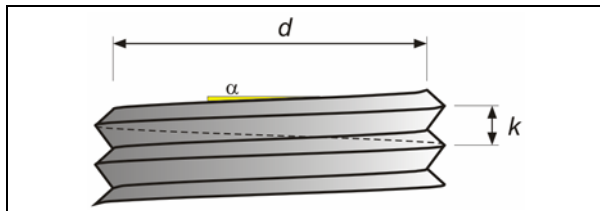
$$\sum F = F_{nap} - F_x - F_T = F_{nap} - |F_g| \circ \sin \alpha - |F_n| \circ \mu_{kl,st} = F_{nap} - |F_g| \circ \sin \alpha - |-F_y| \circ \mu_{kl,st} = 0$$

$$F_{nap} = |F_g| \circ \sin \alpha + |F_g| \circ \cos \alpha \circ \mu_{kl,st} = |F_g| \circ (\sin \alpha + \cos \alpha \circ \mu_{kl,st})$$

$$K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = \frac{|F_g|}{|F_g| \circ (\sin \alpha + \cos \alpha \circ \mu_{kl,st})} = \frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha \circ \mu_{kl,st}} > 1 (?)$$

$$\eta = \frac{|W_i|}{|W_u|} = \frac{|F_{ter}| \circ s_{ter}}{|F_{nap}| \circ s_{nap}} = \frac{|F_g| \circ \sin \alpha \circ |\Delta y| \circ \cos \alpha}{|F_g| \circ (\sin \alpha + \cos \alpha \circ \mu_{kl,st}) \circ |\Delta x|} = \frac{\sin \alpha \circ \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha \circ \mu_{kl,st}} \circ \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} < 1 (?)$$

ZAVOJNICA:



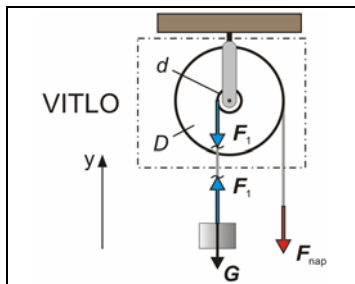
$$\sin \alpha = \frac{k}{d \circ \pi}$$

Po analogiji sa strmom ravninom:

$$K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{d \circ \pi}{k} > 1$$

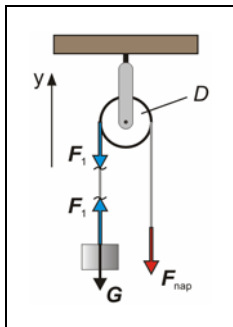
Pri zatezanju/otpuštanju spoja zavrtanj/navrtka klizi zavojnica navrtke po zavojnici zavrtnja. Objasniti zašto se: spojevi s većim korakom zavojnice (k) brže pritežu/otpuštaju, a spojevi s većim količnikom promjera i koraka (d/k) zavojnice lakše pritežu/otpuštaju.

3.16 Vitlo i koloturi

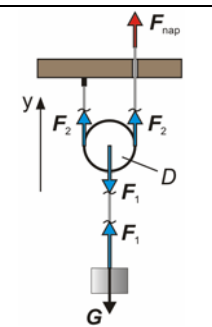


Opterećenje: (teret se diže odozdo)
 $F_{ter} = G$
 Iz ravnoteže momenata (komponente):
 $F_1 \circ d - F_{nap} \circ D = 0 \quad F_1 = F_{ter} \quad F_{ter} \circ d = F_{nap} \circ D$
 $K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = \frac{D}{d} > 1$
 Ima li vitlo manji ili veći η od strme ravnine ?

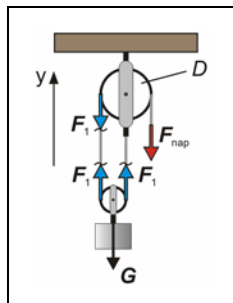
KOLOTURI:



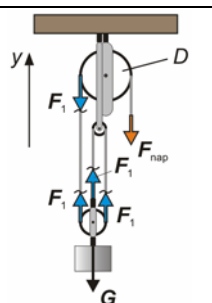
Opterećenje: (teret se diže odozdo)
 $F_{ter} = G$
 Iz ravnoteže momenata: (komponente)
 $F_1 \circ D - F_{nap} \circ D = 0 \quad F_1 = F_{ter}$
 $F_{ter} \circ D = F_{nap} \circ D$
 $K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = \frac{D}{D} = 1 \quad (\eta = ?)$
 Za što se koristi ova naprava ?



Opterećenje: (teret se diže odozdo)
 $F_{ter} = G$
 Iz ravnoteže sila: (komponente)
 $-G + F_1 = 0 \quad -F_1 + 2 \circ F_2 = 0$
 $F_{nap} = F_2$ (sila u užetu)
 $F_{ter} = 2 \circ F_{nap}$
 $K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = 2$



Provjeriti korisnost sustava od dva kolotura: (teret se diže odozdo)
 $K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = 2$
 Uvjeti ravnoteže (komponente):
 $-G + 2 \circ F_1 = 0$
 $F_1 \circ D - F_{nap} \circ D = 0$



Provjeriti korisnost sustava od tri kolotura: (teret se diže odozdo)
 $K = \frac{|F_{ter}|}{|F_{nap}|} = 3$
 Uvjeti ravnoteže (komponente):
 $-G + 3 \circ F_1 = 0$
 $F_1 \circ D - F_{nap} \circ D = 0$