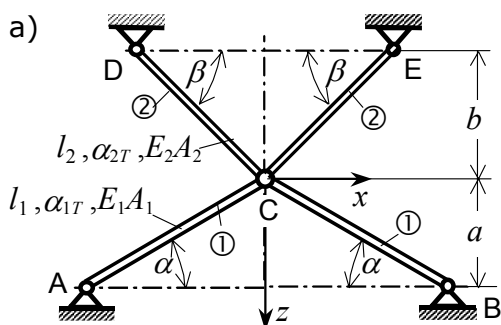


6. Primjer: Toplinska naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer H) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štap ① izrađen je od čelika, a štap ② od mjedi te su zgloбно vezani za zidove i zajedno u čvoru C, bez početnih naprezanja. Treba odrediti normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② i pomak čvora C konstrukcije, ako se temperatura povisi za $\Delta T = 40^\circ\text{C}$.



Zadano:

$$a = 1 \text{ m}, b = 1,2 \text{ m}, \alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ,$$

$$A_2 = 2A_1 = 10 \text{ cm}^2,$$

za čelik: $E_1 = 207 \text{ GPa}, \alpha_{1T} = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1},$

$$\sigma_{1\text{dop}} = 140 \text{ MPa},$$

za mjed: $E_2 = 100 \text{ GPa}, \alpha_{2T} = 16 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1},$

$$\sigma_{2\text{dop}} = 90 \text{ MPa}.$$

Rješenje:

Sile u čvoru C štapne konstrukcije prikazane su na slici b).

Statička neodređenost konstrukcije jest: $n = k - s = 2 - 1 = 1.$

Duljine štapova ① i ② konstrukcije, slika a), su:

$$l_1 = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ cm}, l_2 = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{120}{0,7071} = 169,71 \text{ cm}.$$

Zbog simetrije konstrukcije dovoljno je promatrati samo jednu polovicu, te je jednadžba ravnoteže za čvor C:

$$1. \sum F_z = -N_1 \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \sin \beta = 0, \quad (1)$$

2. Uvjet deformacija iz plana pomaka čvora C konstrukcije jest, slika c):

$$\delta_C = \frac{|\Delta l_1|}{\sin \alpha} = \frac{|\Delta l_2|}{\sin \beta}, \quad (2)$$

gdje su apsolutne ukupne deformacije štapova, slika c):

$$|\Delta l_1| = |\Delta l_{1\sigma} - \Delta l_{1T}|, \quad |\Delta l_2| = \Delta l_{2T} - |\Delta l_{2\sigma}|,$$

a) deformacije štapova uslijed promjene temperature su:

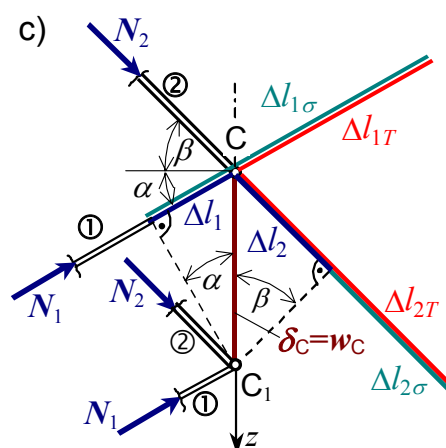
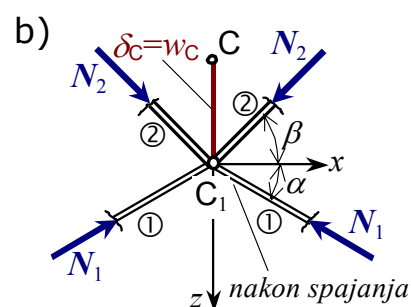
$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ① i ② uslijed uzdužnih sila su:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}.$$

Rješavanjem sustava 1. i 2. jednadžbe uvrštenjem zadanih vrijednosti zadatka, iznosi uzdužnih sila u štapovima ① i ② su:

$$N_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} N_1 \cong 0,7071 N_1; \quad \Rightarrow \quad N_1 = -62,138 \text{ kN}, \quad N_2 = -43,938 \text{ kN}.$$



Naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-62,138}{5} \cdot 10 = -124,28 \text{ MPa} < \sigma_{1 \text{ dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-43,938}{10} \cdot 10 = -43,94 \text{ MPa} < \sigma_{2 \text{ dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② su:

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 A_1} = \frac{-62,138 \cdot 200}{2,07 \cdot 10^4 \cdot 5} \cdot 10 = -1,201 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 A_2} = \frac{-43,938 \cdot 169,71}{1 \cdot 10^4 \cdot 10} \cdot 10 = -0,746 \text{ mm},$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 40 = 0,96 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T = 16 \cdot 10^{-6} \cdot 1697,1 \cdot 40 = 1,086 \text{ mm},$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije, slika c):

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,96 - 1,201 = -0,241 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 1,086 - 0,746 = 0,340 \text{ mm}.$$

Pomak čvora C štapne konstrukcije u $(0xz)$ - koordinatnom sustavu, slika c), jest:

$$\delta_C = w_C = \frac{|\Delta l_1|}{\sin \alpha} = \frac{0,241}{0,5} = 0,481 \text{ mm}.$$