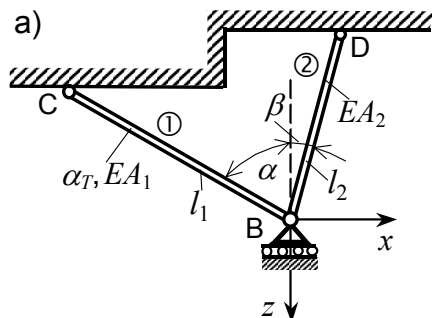


4.a) Primjer: Toplinska naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer E) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA", uz $\gamma = 0^\circ$).

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štapovi ① i ② izrađeni su od čelika te su zglibno vezani za zid u C i D i za pomičan oslonac u B, bez početnih naprezanja. Treba odrediti normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova i pomak oslonca B konstrukcije, ako se temperatura štapova povisi za $\Delta T = 45^\circ\text{C}$.



Zadano:

$$l_1 = 1,6 \text{ m}, l_2 = 1,2 \text{ m}, \alpha = 60^\circ, \beta = 15^\circ,$$

$$A_2 = 2A_1 = 8 \text{ cm}^2, E = 200 \text{ GPa}, \alpha_T = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1},$$

$$\sigma_{\text{dop}} = 140 \text{ MPa}.$$

Rješenje:

Sile u čvoru B konstrukcije prikazane su na slici b).

Statička neodređenost konstrukcije jest:

$$n = k - s = 3 - 2 = 1.$$

Jednadžbe ravnoteže za čvor B su:

$$1. \sum F_x = N_1 \cdot \sin \alpha - N_2 \cdot \sin \beta = 0,$$

$$2. \sum F_z = N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \cos \beta - F_B = 0,$$

3. Uvjet deformacija iz plana pomaka čvora B konstrukcije jest:

$$\delta_B = \frac{|\Delta l_1|}{\sin \alpha} = \frac{|\Delta l_2|}{\sin \beta},$$

gdje su apsolutne ukupne deformacije štapova ① i ②, slika c):

$$|\Delta l_1| = \Delta l_{1T} - |\Delta l_{1\sigma}|, \quad |\Delta l_2| = |\Delta l_{2\sigma}| - \Delta l_{2T},$$

a) deformacije štapova ① i ② uslijed promjene temperature su:

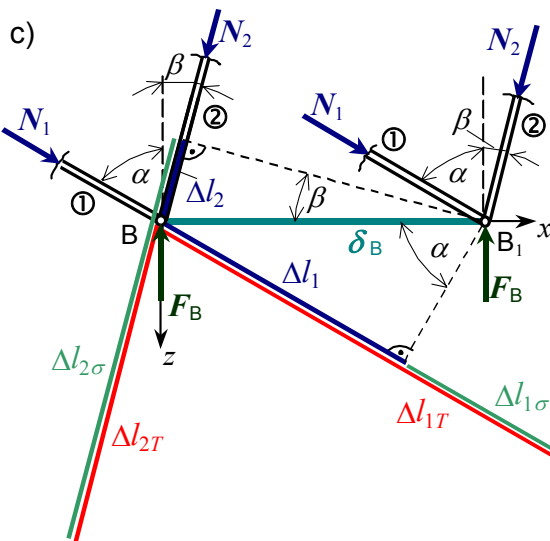
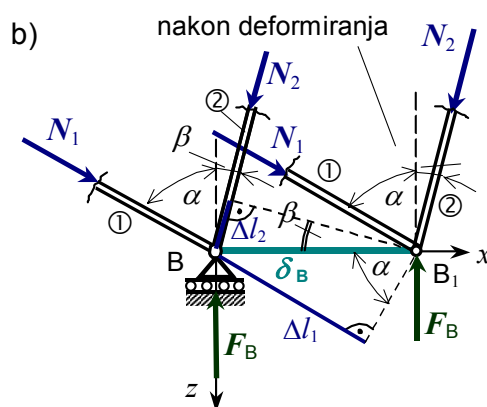
$$\Delta l_{1T} = \alpha_T \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_T \cdot l_2 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ① i ② uslijed uzdužnih sila su:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E A_2}.$$

Rješavanjem sustava 1. i 3. jednadžbe te uvrštenjem zadanih vrijednosti zadatka, iznosi sila u štapovima ① i ② su:

$$N_2 = 3,34607 N_1; \Rightarrow N_1 = -29,164 \text{ kN}, \quad N_2 = -97,586 \text{ kN}.$$



Iznos reakcije veza u osloncu B konstrukcije iz 2. jednadžbe, slika b), jest:

$$F_B = F_{Bz} = 108,843 \text{ kN} .$$

Naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-29,164}{4} \cdot 10 = -72,91 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} ,$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-97,586}{8} \cdot 10 = -121,98 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}} .$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije su, slika c):

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} = \frac{-29,164 \cdot 160}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} \cdot 10 = -0,583 \text{ mm} ,$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \frac{-97,586 \cdot 140}{2 \cdot 10^4 \cdot 8} \cdot 10 = -0,732 \text{ mm} ,$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_T \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 1600 \cdot 45 = 0,864 \text{ mm} ,$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_T \cdot l_2 \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 1200 \cdot 45 = 0,648 \text{ mm} ,$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ① i ② konstrukcije:

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,864 - 0,583 = 0,281 \text{ mm} ,$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 0,648 - 0,732 = -0,084 \text{ mm} .$$

Pomak čvora B (oslonca) konstrukcije u (0xz)- koordinatnom sustavu, slike b) i c), jest:

$$\delta_B = u_B = \frac{\Delta l_1}{\sin \alpha} = \frac{0,281}{0,866} = 0,324 \text{ mm} .$$