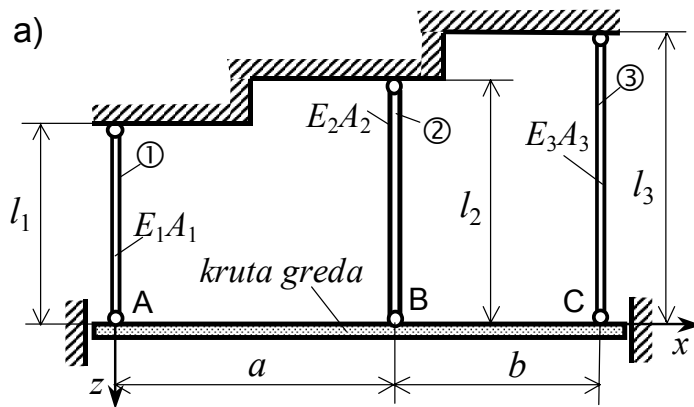


1. Primjer: Toplinska naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 5. primjer B) na str. 10 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Staptopl.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U štapnoj konstrukciji prema slici a) štapovi ① i ③ izrađeni su od čelika, a štap ② od mjedi te su zglibno vezani za zidove i za krutu gredu ABC zanemarive težine i bez početnih naprezanja. Treba odrediti normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova ①, ② i ③ te pomake krute grede ABC konstrukcije, ako se temperatura štapova povisi za $\Delta T = 60^\circ\text{C}$.



Zadano:

$$a = 1,2 \text{ m}, \quad b = 0,9 \text{ m}, \quad A_1 = A_3 = 3 \text{ cm}^2,$$

$$A_2 = 4 \text{ cm}^2, \quad l_1 = 80 \text{ cm}, \quad l_2 = 120 \text{ cm},$$

$$l_3 = 140 \text{ cm},$$

$$\text{za čelik: } E_1 = E_3 = 200 \text{ GPa},$$

$$\alpha_{1T} = \alpha_{3T} = 12,5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1},$$

$$\sigma_{1\text{dop}} = \sigma_{3\text{dop}} = 130 \text{ MPa},$$

$$\text{za mjed: } E_2 = 115 \text{ GPa},$$

$$\alpha_{2T} = 17,5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \sigma_{2\text{dop}} = 90 \text{ MPa}.$$

Rješenje:

Kruta greda oslobođena veza prikazana je na slici b).

Stupanj statičke neodređenosti konstrukcije: $n = k - s = 3 - 2 = 1$.

Jednadžbe ravnoteže krute grede ABC, slika b):

$$1. \quad \sum F_z = -N_1 + N_2 - N_3 = 0,$$

$$2. \quad \sum M_B = -N_1 \cdot a + N_3 \cdot b = 0.$$

3. Uvjet deformacija iz plana pomaka krute grede konstrukcije, slika c), jest:

$$\frac{w_C - w_A}{a + b} = \frac{w_B - w_A}{a},$$

gdje su pomaci točaka krute grede ABC jednaki ukupnim deformacijama štapova, slika c):

$$w_A = \Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma}, \quad w_B = \Delta l_2 = \Delta l_{2T} - \Delta l_{2\sigma},$$

$$w_C = \Delta l_3 = \Delta l_{3T} + \Delta l_{3\sigma}$$

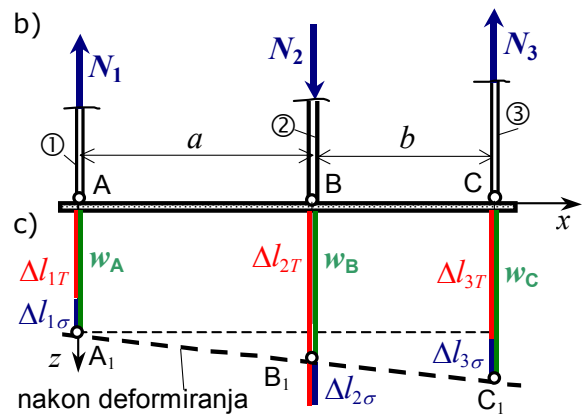
a) deformacije štapova uslijed promjene temperature su:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T, \quad \Delta l_{3T} = \alpha_{3T} \cdot l_3 \cdot \Delta T,$$

b) deformacije štapova ①, ② i ③ uslijed uzdužnih sila su:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}, \quad \Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}, \quad \Delta l_{3\sigma} = \frac{N_3 l_3}{E_3 A_3}.$$

Rješavanjem sustava jednadžbi i uvrštavanjem zadanih vrijednosti zadatka, omjeri i iznosi uzdužnih sila u štapovima ①, ② i ③ su:



Kruta greda oslobođena veza te pretpostavljene uzdužne sile i deformacije štapova.

$$N_1 = 0,75N_3, |N_2| = 1,75N_3 \Rightarrow N_1 = 4,775 \text{ kN (+)}, N_2 = 11,143 \text{ kN (-)}, N_3 = 6,367 \text{ kN (+)}.$$

Normalna naprezanja u poprečnim presjecima štapova ①, ② i ③ su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{4,775}{3} \cdot 10 = 15,92 \text{ MPa} < \sigma_{1\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-11,143}{4} \cdot 10 = -27,86 \text{ MPa} < \sigma_{2\text{dop}},$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{6,367}{3} \cdot 10 = 21,22 \text{ MPa} < \sigma_{3\text{dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ①, ② i ③ su:

a) uslijed uzdužnih sila:

$$\Delta l_{1\sigma} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 A_1} = \frac{4,775 \cdot 80}{2 \cdot 10^4 \cdot 3} \cdot 10 = 0,064 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2\sigma} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 A_2} = \frac{-11,143 \cdot 120}{1,15 \cdot 10^4 \cdot 4} \cdot 10 = -0,291 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{3\sigma} = \frac{N_3 \cdot l_3}{E_3 A_3} = \frac{6,367 \cdot 140}{2 \cdot 10^4 \cdot 3} \cdot 10 = 0,149 \text{ mm}.$$

b) uslijed promjene temperature:

$$\Delta l_{1T} = \alpha_{1T} \cdot l_1 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 800 \cdot 60 = 0,60 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{2T} = \alpha_{2T} \cdot l_2 \cdot \Delta T = 17,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1200 \cdot 60 = 1,26 \text{ mm},$$

$$\Delta l_{3T} = \alpha_{3T} \cdot l_3 \cdot \Delta T = 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1400 \cdot 60 = 1,05 \text{ mm}.$$

c) ukupne su promjene duljine štapova ①, ② i ③ konstrukcije, slika c), su:

$$\Delta l_1 = \Delta l_{1T} + \Delta l_{1\sigma} = 0,600 + 0,064 = 0,664 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_{2T} + \Delta l_{2\sigma} = 1,260 - 0,291 = 0,969 \text{ mm},$$

$$\Delta l_3 = \Delta l_{3T} + \Delta l_{3\sigma} = 1,050 + 0,149 = 1,199 \text{ mm}.$$

Pomaci točaka krute grede ABC konstrukcije jednaki su promjenama duljina štapova ①, ② i ③, slika c):

$$w_A = \Delta l_1 = 0,664 \text{ mm},$$

$$w_B = \Delta l_2 = 0,969 \text{ mm},$$

$$w_C = \Delta l_3 = 1,199 \text{ mm}.$$