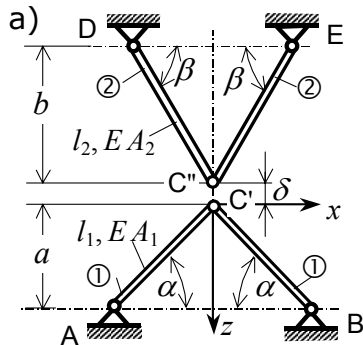


7. Primjer: Početna naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 4. primjer H) na str. 9 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Stap_poc.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U štapnoj konstrukciji zadanoj prema slici a), štapovi ① i ② izrađeni su od čelika, zglobno su vezani za podlogu i potrebno ih je spojiti u čvoru C. Uslijed pogrešne izrade, duljina štapova je nedovoljna te se kod spajanja pojavio zazor δ .



Ako su štapovi prisilno spojeni u čvor C konstrukcije, treba odrediti naprezanja u presjecima štapova, njihova produljenja i komponente pomaka u C.

Zadano:

$$a = 50 \text{ cm}, \quad b = 80 \text{ cm}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad \beta = 60^\circ, \quad \delta = 1 \text{ mm},$$

$$E = 200 \text{ GPa}, \quad \sigma_{\text{dop}} = 160 \text{ MPa}, \quad A_1 = 2A_2 = 10 \text{ cm}^2.$$

Rješenje:

Sile u čvoru C konstrukcije nakon prisilnog spajanja prikazane su na slici b).

Statička neodređenost konstrukcije jest: $n = k - s = 2 - 1 = 1$.

Duljine štapova ① i ② su, slika a):

$$l_1 = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{50}{0,707} = 70,71 \text{ cm}, \quad l_2 = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{70}{0,866} = 92,38 \text{ cm}.$$

Jednadžba ravnoteže čvora C nakon spajanja jest, slika b):

$$1. \quad \sum F_z = 2N_1 \cdot \sin \alpha - 2N_2 \cdot \sin \beta = 0,$$

a sređivanjem slijedi: $N_2 = N_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0,8165 N_1$.

2. Uvjet deformacija, iz plana pomaka čvora C konstrukcije, slika c), jest:

$$|w_{C1}| + |w_{C2}| = \delta,$$

gdje su deformacije štapova ① i ②:

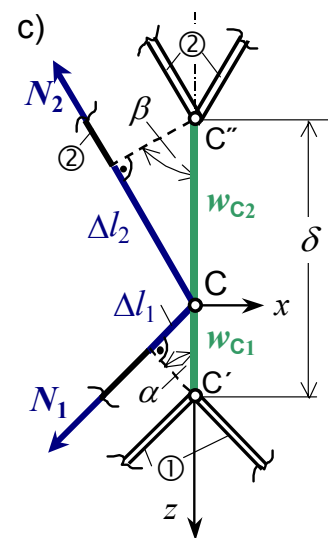
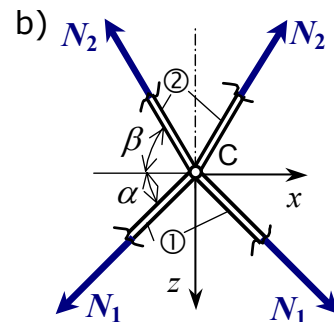
$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E A_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E A_2},$$

a apsolutni pomaci točaka krajeva štapova ① i ② u čvoru C su:

$$w_{C1} = \frac{\Delta l_1}{\sin \alpha}, \quad w_{C2} = \frac{\Delta l_2}{\sin \beta}.$$

Rješavanjem sustava 1. i 2. jednadžbe uz uvrštenje zadanih vrijednosti zadatka, dobivaju se sile u štapovima ① i ②:

$$N_1 = 72,943 \text{ kN (+)}, \quad N_2 = 59,558 \text{ kN (+)}.$$



Naprezanja u poprečnim presjecima štapova ① i ② su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{72,943}{10} \cdot 10 = 72,943 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{59,558}{5} \cdot 10 = 119,116 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih štapova konstrukcije zadovoljavajuća.

Promjene duljine štapova ① i ② su:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA_1} = \frac{72,943 \cdot 70,71}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} \cdot 10 = 0,258 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \frac{59,558 \cdot 92,38}{2 \cdot 10^4 \cdot 5} \cdot 10 = 0,55 \text{ mm}.$$

Pomaci čvora C konstrukcije su, slika c):

$$w_{C1} = -\frac{\Delta l_1}{\sin \alpha} = -\frac{0,258}{0,707} = -0,365 \text{ mm},$$

$$w_{C2} = \frac{\Delta l_2}{\sin \beta} = \frac{0,55}{0,866} = 0,635 \text{ mm}.$$

Početni zazor konstrukcije δ poništen je pomacima čvora C, tako da je:

$$\delta = |w_{C1}| + |w_{C2}| = 0,365 + 0,635 = 1,00 \text{ mm}.$$