

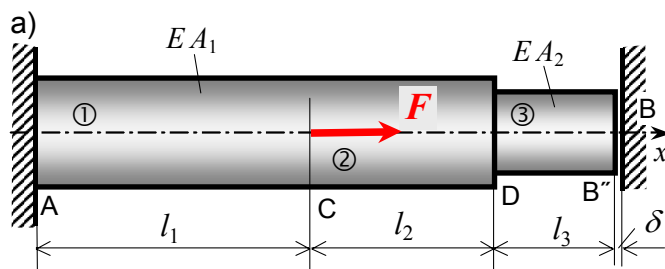
## 1. Primjer: Početna naprezanja u statički neodređenoj štapnoj konstrukciji

(Zadatak 4. primjer A) na str. 9 u "Vježbenica ispitnih zadataka" riješen je numerički primjenom na PC modula "Stap\_poc.exe" paketa programa "CVRSTOCA").

U konstrukciji prema slici a), dijelovi čeličnog štapa ①, ② i ③ ugrađeni su između dva nepomična zida A i B. Uslijed pogrešne izrade, duljina štapova je nedovoljna te se pojavio zazor  $\delta$ .

Treba odrediti:

- minimalni iznos sile ( $F_{\min} = ?$ ) potrebne da se zatvori zazor  $\delta$  štapa sa zidom u B.
- Ako je štap opterećen u presjeku C silom  $F = 100 \text{ kN}$ , treba odrediti naprezanja u presjecima dijelova štapa, njihova produljenja i pomake presjeka C i D štapa.



**Zadano:**

$$l_1 = 90 \text{ cm}, l_2 = 60 \text{ cm}, l_3 = 40 \text{ cm},$$

$$\delta = 0,5 \text{ mm}, E = 200 \text{ GPa},$$

$$\sigma_{\text{dop}} = 160 \text{ MPa}, A_1 = 2A_2 = 6 \text{ cm}^2.$$

### Rješenje:

#### a) Minimalni iznos sile za prekrivanje zazora

Uvjet deformacije za prekrivanje zazora između štapa i zida u B jest, slika b):

$$\delta = \Delta l_1 = \frac{F l_1}{E A_1},$$

pri čemu se dijelovi štapa ② i ③ ne deformiraju, već se samo pomiču udesno.

Slijedi vrijednost potrebne minimalne sile za prekrivanje zazora  $\delta$ :

$$F_{\min} \geq \frac{\delta}{l_1} E A_1 = \frac{0,05}{90} \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 6 = 66,667 \text{ kN}.$$

#### b) Proračun čvrstoće i deformacija štapa

Kod opterećenja štapa sa zadanom silom  $F$  zadatak je jedanput statički neodređen:

$$n = k - s = 2 - 1 = 1.$$

Jednadžba ravnoteže štapa AB jest, slika c):

$$1. \sum F_x = -F_A + F - F_B = 0.$$

2. Uvjet deformacija iz plana pomaka kraja B štapa, slika d), određuje se tako da se prvo zanemari postojanje krutog zida u B i deformira se samo dio ① štapa, a zatim na čitav štap djeluje sila reakcije veze u B koja ne dopušta veći pomak kraja B štapa od iznosa zazora  $\delta$ .

Uvjet deformacija za štap AB jest:

$$u'_B + u''_B = \delta,$$

gdje su pomaci kraja B štapa, slika d):

- od vanjskog opterećenja:

$$u'_B = \Delta l_1 = \frac{F l_1}{E A_1},$$

- od sile reakcije veze u B:

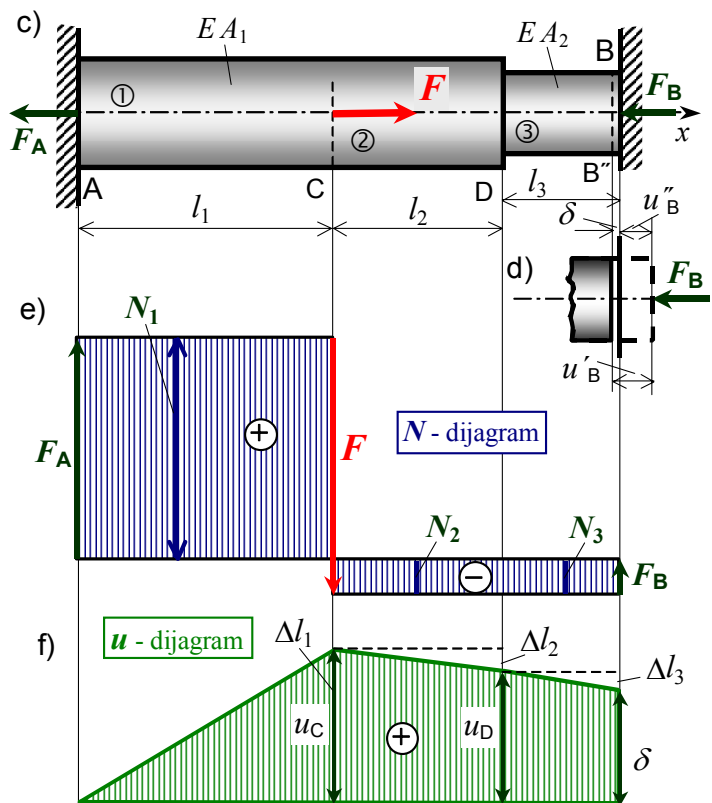
$$u''_B = -\left(\frac{F_B(l_1 + l_2)}{E A_1} + \frac{F_B l_3}{E A_2}\right).$$

Uz uvrštenje zadanih vrijednosti zadatka u uvjet deformacija, slijedi sila reakcije veze u B:

$$F_B = \frac{\frac{F l_1}{E A_1} - \delta}{\frac{l_1 + l_2}{E A_1} + \frac{l_3}{E A_2}} \Rightarrow F_B = 13,043 \text{ kN}.$$

Prema 1. jednadžbi, iznos reakcije veze u A jest:

$$F_A = F - F_B = 100 - 13,043 = 86,957 \text{ kN}.$$



Uzdužne sile u dijelovima ①, ② i ③ štapa prikazane su na dijagramu, slika e):

$$N_1 = F_A = 86,957 \text{ kN}, \quad N_2 = N_3 = -F_B = -13,043 \text{ kN}.$$

Naprežanja u poprečnim presjecima dijelova ①, ② i ③ štapa su:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{86,957}{6} \cdot 10 = 144,93 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{-13,043}{6} \cdot 10 = -21,74 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}},$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{-13,043}{3} \cdot 10 = -43,48 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.$$

Prema tome je čvrstoća svih dijelova sastavljenog štapa zadovoljavajuća.

Promjene duljine dijelova ①, ② i ③ štapa su:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E A_1} = \frac{86,957 \cdot 90}{2 \cdot 10^4 \cdot 6} \cdot 10 = 0,652 \text{ mm},$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E A_1} = \frac{-13,043 \cdot 60}{2 \cdot 10^4 \cdot 6} \cdot 10 = -0,065 \text{ mm},$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{E A_2} = \frac{-13,043 \cdot 40}{2 \cdot 10^4 \cdot 3} \cdot 10 = -0,087 \text{ mm}.$$

Pomaci krajeva dijelova ①, ② i ③ štapa su, slika f):

$$u_C = \Delta l_1 = 0,652 \text{ mm}, \quad u_D = u_C + \Delta l_2 = 0,652 - 0,065 = 0,587 \text{ mm},$$

$$u_B = u_D + \Delta l_3 - \delta = 0,587 - 0,087 - 0,5 = 0.$$