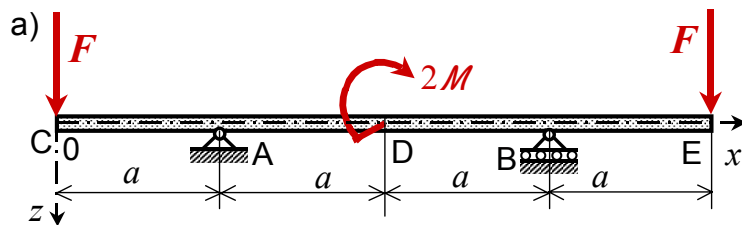


## 2. Primjer: Deformacije ravnog nosača metodom analogne grede

Za ravni nosač ABCDE zadan i opterećen prema slici a) treba:

- odrediti reakcije u osloncima A i B nosača, te nacrtati dijagrame poprečnih sila i momenata savijanja duž nosača,
- odrediti metodom analogne grede progibe nosača i kutove nagiba tangente na elastičnu liniju nosača u svim označenim presjecima,



- skicirati i kotirati elastičnu liniju opterećenog nosača.

**Zadano:**  $F$ ,  $a$ ,  $M = F \cdot a$ ,

$$EI_y = \text{konst.}$$

(Zadatak 8. primjer C) na str. 14 u "Vježbenica ispitnih zadataka").

**Rješenje:**

**a) Reakcije u osloncima nosača:**

$$1. \sum F_z = 2F + F_A - F_B = 0,$$

$$2. \sum M_A = -2M + F \cdot a + F_B \cdot 2a - F \cdot 3a = 0.$$

Uvrštenjem u jedn. (1) i (2) zadanih vrijednosti opterećenja, slijede iznosi reakcija u osloncima nosača:

$$F_A = 0, F_B = -2F.$$

Dijagram poprečnih sila  $Q$  duž nosača prikazan je na slici b).

Momenti savijanja u presjecima nosača su:

$$M_A = M_B = -F \cdot a,$$

$$M_{D,L} = -F \cdot 2a,$$

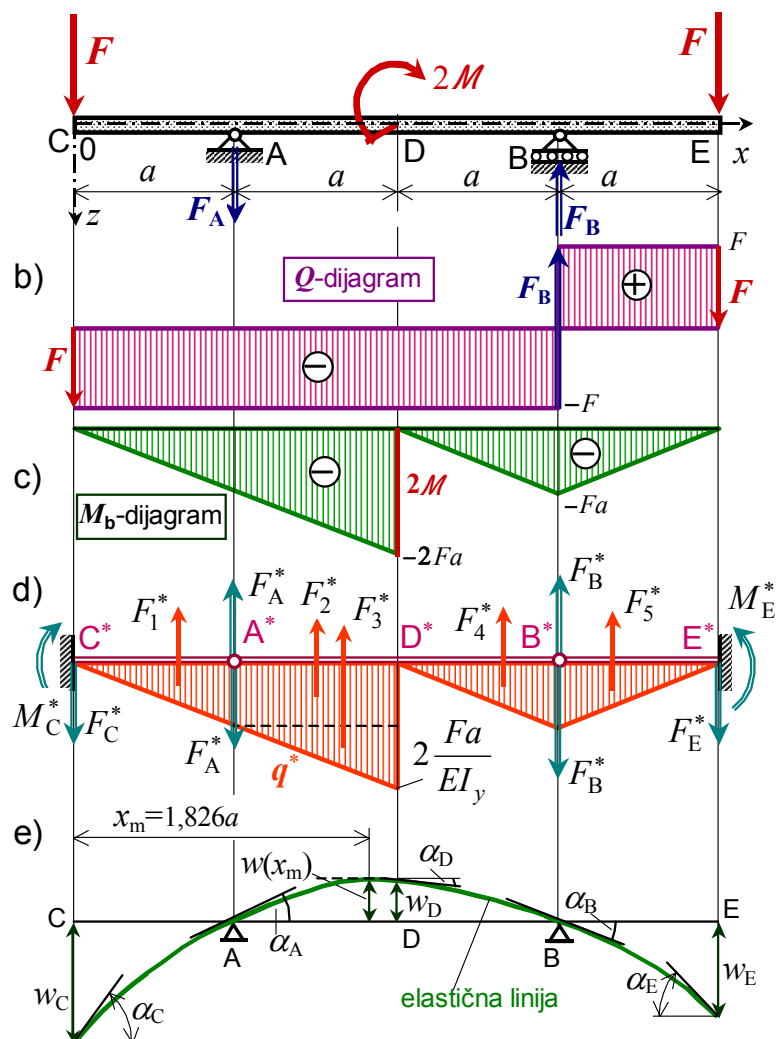
$$M_{D,D} = M_{D,L} + 2M = 0.$$

Dijagram momenata savijanja  $M_b$  duž nosača prikazan je na slici c).

**b) Opterećenje analogne grede,** slika d):

Opterećenje analogne grede jest

$$q^* = \frac{M_b}{EI_y}, \text{ a prikazano je na slici d).}$$



Ono se može zamijeniti koncentriranim silama u težištima površina:

$$F_1^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{Fa^2}{EI_y} = F_3^* = F_4^* = F_5^*, \quad F_2^* = \frac{Fa^2}{EI_y}.$$

**c) Reakcije u osloncima analogne grede:**

Kod određivanja reakcija analogne grede promatraju se zasebno dijelovi nosača dobiveni rastavljanjem grede na mjestima zglobova  $A^*$  i  $B^*$ .

1) Reakcije u osloncima A\* i B\* analogne grede A\*B\*:

$$1. \sum F_z^* = F_A^* + F_B^* - F_2^* - F_3^* - F_4^* = 0,$$

$$2. \sum M_A^* = F_2^* \cdot \frac{a}{2} + F_3^* \cdot \frac{2}{3}a + F_4^* \cdot \frac{5}{3}a - F_B^* \cdot 2a = 0.$$

Uvrštavanjem sila opterećenja analogne grede A\*B\*, reakcije u osloncima A\* i B\* su:

$$F_A^* = \frac{7 Fa^2}{6 EI_y}, \quad F_B^* = \frac{5 Fa^2}{6 EI_y}.$$

2) Reakcije na mjestu uklještenja u C\* analogne grede A\*C\*:

$$1. \sum F_z^* = -F_A^* + F_C^* - F_1^* = 0,$$

$$2. \sum M_C^* = -M_C^* + F_1^* \cdot \frac{2}{3}a + F_A^* \cdot a = 0.$$

Uvrštavanjem sila opterećenja analogne grede A\*C\*, reakcije na mjestu uklještenja u C\* su:

$$F_C^* = \frac{10 Fa^2}{6 EI_y}, \quad M_C^* = \frac{9 Fa^3}{6 EI_y}.$$

3) Reakcije na mjestu uklještenja u E\* analogne grede B\*E\* su:

$$1. \sum F_z^* = -F_B^* + F_E^* - F_5^* = 0,$$

$$2. \sum M_E^* = M_E^* - F_5^* \cdot \frac{2}{3}a - F_B^* \cdot a = 0.$$

Uvrštavanjem sila opterećenja analogne grede, reakcije na mjestu uklještenja u E\* su:

$$F_E^* = \frac{8 Fa^2}{6 EI_y}, \quad M_E^* = \frac{7 Fa^3}{6 EI_y}.$$

#### d) Deformacije nosača u zadanim presjecima nosača

1) Kutovi nagiba tangente na elastičnu liniju u zadanim presjecima nosača su, slika e):

$$\alpha_A = -Q_A^* = F_A^* = \frac{7 Fa^2}{6 EI_y}, \quad \alpha_B = -Q_B^* = -F_B^* = -\frac{5 Fa^2}{6 EI_y},$$

$$\alpha_C = -Q_C^* = F_C^* = \frac{10 Fa^2}{6 EI_y}, \quad \alpha_D = -Q_D^* = F_4^* - F_B^* = -\frac{2 Fa^2}{6 EI_y},$$

$$\alpha_E = -Q_E^* = -F_E^* = -\frac{8 Fa^2}{6 EI_y}.$$

2) Progibi u zadanim presjecima nosača su, slika e):

$$w_C = M_C^* = \frac{9 Fa^3}{6 EI_y}, \quad w_E = M_E^* = \frac{7 Fa^3}{6 EI_y},$$

$$w_D = M_D^* = F_4^* \cdot \frac{2}{3} a - F_B^* \cdot a = -\frac{3 F a^3}{6 E I_y}.$$

Ekstremna vrijednost progiba nosača jest u presjeku  $x_m$  u kojem je kut nagiba tangente na elastičnu liniju jednak nuli, slika e):

$$\alpha(x_m) = 0 \Rightarrow x_m = 1,826 a : w(x_m) = -0,5285 \frac{F a^3}{E I_y}.$$

**NAPOMENA:** U "Vježbenica ispitnih zadataka" na str. 14, zadano je 14 zadataka za vježbanje rješavanja nagiba i progiba u zadanim presjecima nosača, primjenom metode analogne grede. Rješenja su dana u modulu "Savij2.exe" paketa programa "CVRSTOCA". Za crtanje grafičkih prikaza dijagrama unutarnjih sila ( $Q$  i  $M_b$  – dijagrama) i deformacija ( $\alpha$  i  $w$  – dijagrama) nosača može se koristiti program "MDSolids<sup>®</sup>", tako da se zadaju jedinične vrijednosti za veličine u zadatku:

$F = 10$  kN,  $a = 1$  m,  $E = 200$  GPa, te pravokutni presjek dimenzija  $b = 60$  mm,  $h = 100$  mm. Rezultati u programu "MDSolids<sup>®</sup>" su u tom slučaju u obliku decimalnog broja i imaju značenje u usporedbi s uobičajenim označavanjem deformacija nosača:

- za kutove nagibe tangente u radijanima:  $\alpha = (\alpha_{\text{MDS}} / 100) \cdot \frac{F a^2}{E I_y},$

- za progibe nosača:  $w = (-w_{\text{MDS}} \cdot 10) \cdot \frac{F a^3}{E I_y}.$