

Primjer 4. Ravninsko stanje napreznja

U točki M tijela zadano je ravninsko stanje napreznja u presjecima određenih s osi y i s glavnim pravcem 1, prema slici. Zadan je kut φ između osi \bar{x} i osi x .

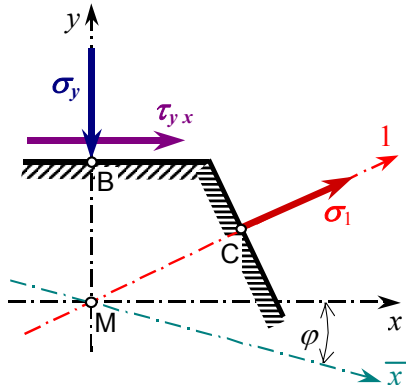
Treba odrediti grafički pomoću Mohrove kružnice napreznja:

a) normalna i posmična napreznja u presjecima određenih s osi x i s osima koordinatnog sustava $(0\bar{x}\bar{y})$,

b) glavni pravac 1 određen kutom φ_0 mjerjen od osi x i glavno napreznje σ_2 ,

c) maksimalno posmično napreznje s pripadnim normalnim napreznjima i pravcima.

Skicirati orijentirane elemente u točki M tijela s ucrtanim komponentama napreznja u svim koordinatnim sustavima.



Zadano:

$$\sigma_y = -40 \text{ MPa}, \tau_{yx} = 80 \text{ MPa}, \sigma_1 = 120 \text{ MPa}, \varphi = -15^\circ.$$

Na slici elementa označeni su presjeci B i C sa zadanim pripadajućim napreznjima.

Mjerilo za Mohrovu kružnicu napreznja:

$$1 \text{ cm} \triangleq 20 \text{ MPa}.$$

Rješenje:

1. *Analitička rješenja* mogu se dobiti pomoću PC uporabom modula «Naprz_def» programa «CVRSTOCA», zadatak F).

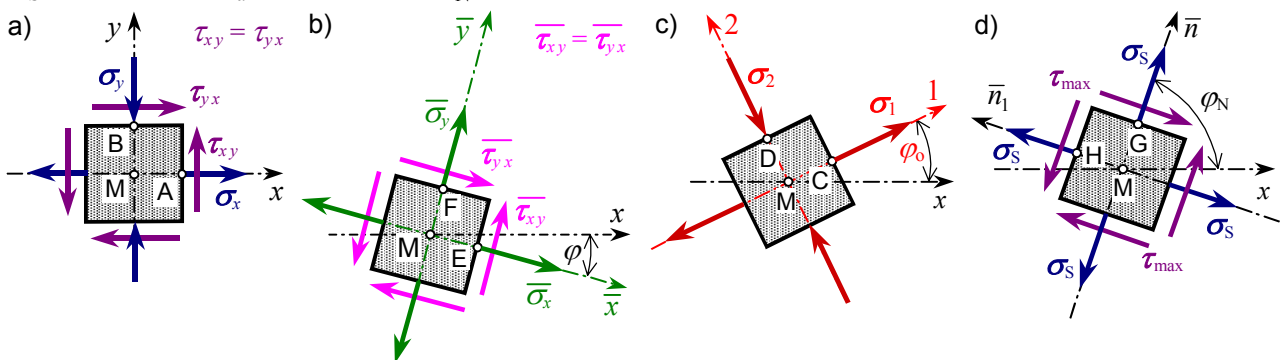
U ovom su primjeru dobiveni iznosi za komponente napreznja i kutove:

$$\sigma_x = 80 \text{ MPa}, \tau_{xy} = 80 \text{ MPa}, \text{ slika a)}$$

$$\bar{\sigma}_x = 31,962 \text{ MPa}, \bar{\sigma}_y = 8,038 \text{ MPa}, \bar{\tau}_{xy} = \bar{\tau}_{yx} = 99,282 \text{ MPa}, \text{ slika b)}$$

$$\sigma_2 = -80 \text{ MPa}, \varphi_0 = 26,565^\circ, \psi = 41,565^\circ, \text{ slika c)}$$

$$\sigma_S = 20 \text{ MPa}, \tau_{\max} = 100 \text{ MPa}, \varphi_N = 71,565^\circ, \text{ slika d)}.$$



2. *Grafičko rješenje pomoću Mohrove kružnice napreznja*, slika:

U $(0\sigma\tau)$ - koordinatnom sustavu u zadanom mjerilu crtaju se točke B(-40, 80) i C(120, 0) koje predstavljaju napreznja na presjecima B i C.

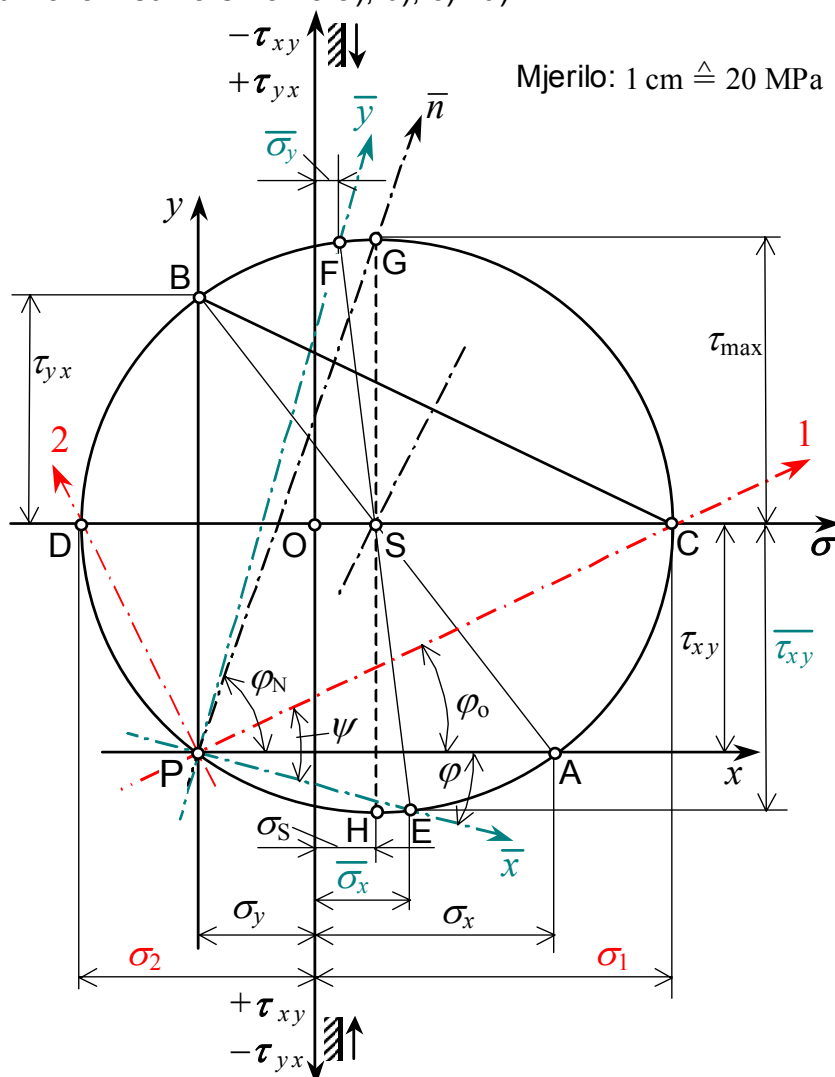
- Odredi se simetrala spojnice \overline{BC} .

- Sjecište simetrale spojnice \overline{BC} i osi σ određuje središte S kružnice.

- Iz središta S opiše se kružnica polumjera $R = \overline{BS} = \overline{SC}$.

- Kružnica siječe os σ u točkama C i D, čime je određen iznos glavnog napreznja σ_2 u mjerilu: $\sigma_2 = \overline{OD}$.

- Paralela s osi y kroz točku B presijeca kružnicu u točki pola P Mohrove kružnice.
- Pravac PC definira kut φ_0 glavnog pravca 1 s osi x , a pravac PD je glavni pravac 2 u točki M tijela.
- Za određivanje naprezanja u presjeku određenom s osi x , povlači se iz pola P paralela s osi x do presjedišta s kružnicom u točki A, a također produlji se spojnica \overline{BS} do presjedišta s kružnicom u točki A. Time su u mjerilu određeni iznosi naprezanja σ_x i τ_{xy} .
- Za određivanje naprezanja u presjeku određenom s osi \bar{x} , povlači se iz pola P paralela s osi \bar{x} , koja je zakrenuta za kut φ od osi x , do presjedišta s kružnicom u točki E. Time su u mjerilu određeni iznosi naprezanja $\bar{\sigma}_x$ i $\bar{\tau}_{xy}$. Za određivanje naprezanja u presjeku određenom s osi \bar{y} , povlači se iz pola P paralela s osi \bar{y} do presjedišta s kružnicom u točki F, a također produlji se spojnica \overline{ES} do presjedišta s kružnicom u točki F. Time su u mjerilu određeni iznosi naprezanja $\bar{\sigma}_y$ i $\bar{\tau}_{yx}$.
- Točke na okomici kroz središte S kružnice određuju točke G i H kojima je maksimalno posmično naprezanje τ_{\max} , a normalna naprezanja jednaka su srednjem normalnom naprezanju σ_S u točki M tijela.
- Pravac normale \bar{n} određen je kutom φ_N od osi x , povlačenjem pravca PG iz pola P.
- Orijentirani elementi u zadanim koordinatnim sustavima, s ucrtanim naprezanjima na presjecima, prikazani su na slikama a), b), c) i d).



Napomena: Nakon izračunatih naprezanja u $(0xy)$ - koordinatnom sustavu, može se grafičko rješenje dobiti uporabom modula «Mohr's circle» programa «MDSolids®».