

### Primjer 3. Ravninsko stanje naprezanja

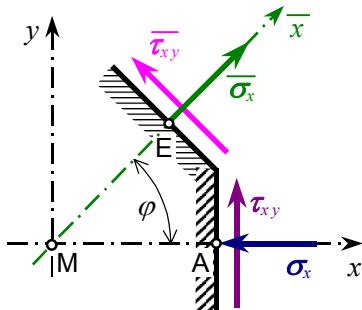
U točki M tijela zadano je ravninsko stanje naprezanja u presjecima određenih s osi  $x$  i s osi  $\bar{x}$ , prema slici. Treba odrediti grafički pomoću Mohrove kružnice naprezanja:

a) normalna i posmična naprezanja u presjecima određenih s osi  $y$  i s osi  $\bar{y}$ , te odrediti kut  $\varphi$  između osi  $\bar{x}$  i osi  $x$ ,

b) glavne pravce i glavna naprezanja,

c) maksimalno posmično naprezanje s pripadnim normalnim naprezanjima i prvcima.

Skicirati orientirane elemente u točki M tijela s ucrtanim komponentama naprezanja u svim zadanim koordinatnim sustavima.



**Zadano:**  $\sigma_x = -50 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy} = 60 \text{ MPa}$ ,  $\bar{\sigma}_x = 40 \text{ MPa}$ ,  
 $\bar{\tau}_{xy} = 30 \text{ MPa}$ .

Na slici elementa označeni su presjeci A i E sa zadanim pripadajućim naprezanjima.

Mjerilo za Mohrovu kružnicu naprezanja:

$$1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ MPa}.$$

Rješenje:

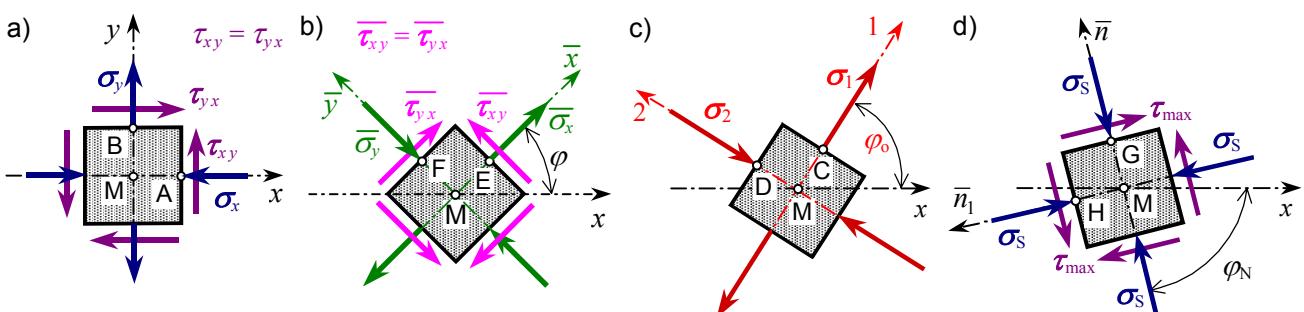
**1. Analitička rješenja** mogu se dobiti pomoću PC uporabom modula «Napr\_def» programa «CVRSTOCA», zadatak C). U ovom su primjeru dobiveni rezultati za naprezanja i kutove u zadanim koordinatnim sustavima:

$$\sigma_y = 10 \text{ MPa}, \tau_{yx} = 60 \text{ MPa}, \text{ slika a)}$$

$$\bar{\sigma}_y = -80 \text{ MPa}, \bar{\tau}_{yx} = 30 \text{ MPa}, \varphi = 45^\circ, \text{ slika b)}$$

$$\sigma_1 = 47,082 \text{ MPa}, \sigma_2 = -87,082 \text{ MPa}, \varphi_0 = 58,283^\circ, \psi = 13,283^\circ, \text{ slika c)}$$

$$\sigma_S = -20 \text{ MPa}, \tau_{\max} = 67,082 \text{ MPa}, \varphi_N = -76,717^\circ, \text{ slika d}).$$



### 2. Grafičko rješenje pomoću Mohrove kružnice naprezanja, slika:

- U  $(0\sigma\tau)$  - koordinatnom sustavu u zadanim mjerilu crtaju se točke A(-50, 60) i E(40, 30) koje predstavljaju naprezanja na presjecima A i E.

- Odredi se simetrala spojnica  $\bar{A}\bar{E}$ .

- Sjecište simetrale spojnica  $\bar{A}\bar{E}$  i osi  $\sigma$  određuje središte S kružnice.

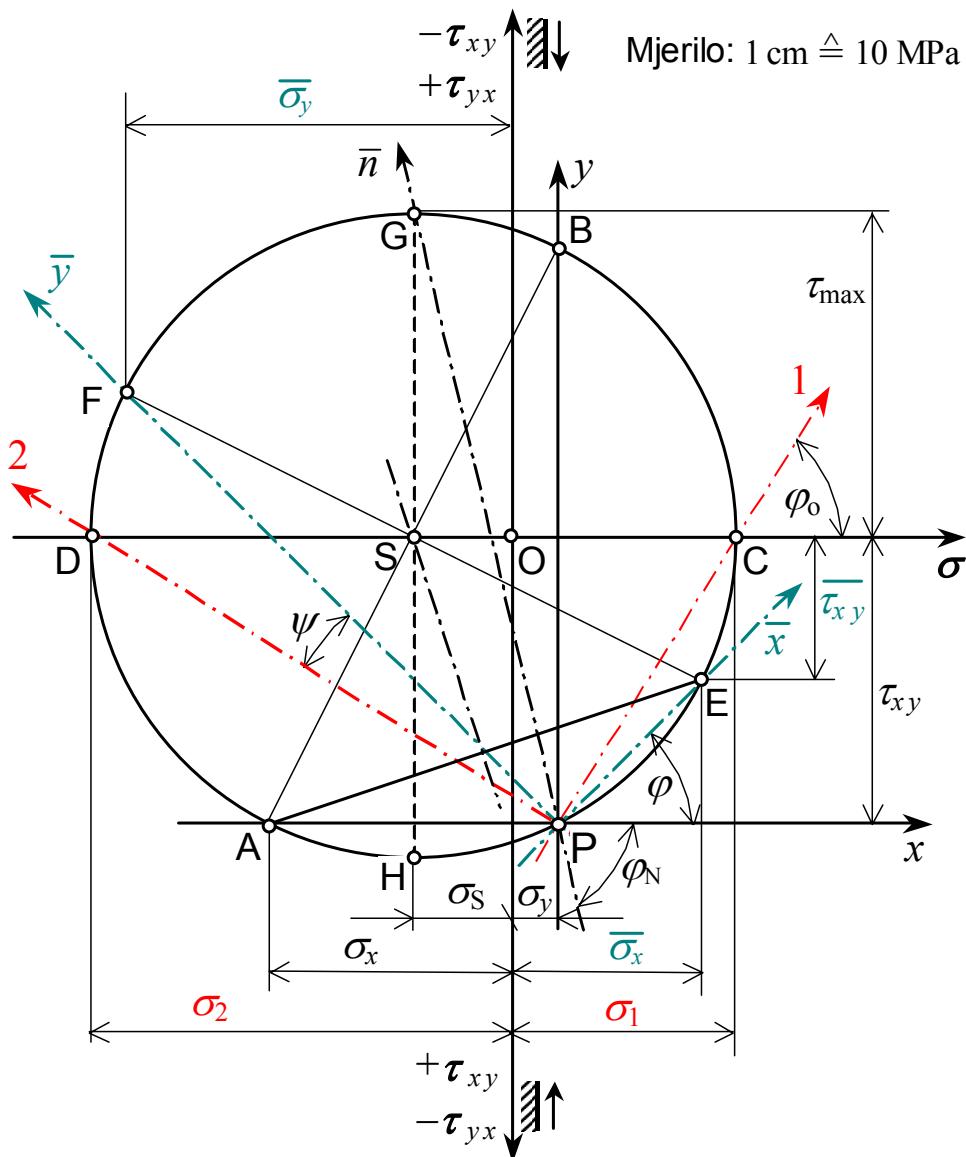
- Iz središta S opiše se kružnica polujmerra  $R = \bar{AS} = \bar{SE}$ .

- Kružnica siječe os  $\sigma$  u točkama C i D, čime su određene vrijednosti glavnih naprezanja u mjerilu  $\sigma_1 = \bar{OC}$  i  $\sigma_2 = \bar{OD}$ .

- Paralela s osi  $x$  kroz točku A presijeca kružnicu u točki P Mohrove kružnice.

- Pravac PC definira kut  $\varphi_0$  glavnog pravca 1 s osi  $x$ , a pravac PD je glavni pravac 2 u točki M tijela.

- Za određivanje naprezanja u presjeku određenom s osi  $y$ , povlači se iz pola P paralela s osi  $y$  do presjecišta s kružnicom u točki B, a također produlji se spojnica  $\overline{AS}$  do presjecišta s kružnicom u točki B. Time su u mjerilu određeni iznosi naprezanja  $\sigma_y$  i  $\tau_{yx}$ .
  - Za određivanje naprezanja u presjeku određenom s osi  $\bar{y}$ , povlači se iz pola P paralela s osi  $\bar{y}$  do presjecišta s kružnicom u točki F, a također produlji se spojnica  $\overline{ES}$  do presjecišta s kružnicom u točki F. Time su u mjerilu određeni iznosi naprezanja  $\bar{\sigma}_y$  i  $\bar{\tau}_{yx}$ .
- Pravac PE određuje kut  $\varphi$  osi  $\bar{x}$  s osi  $x$ .
- Točke na okomici kroz središte S kružnice određuju točke G i H u kojima je maksimalno posmično naprezanje  $\tau_{\max}$ , a normalna naprezanja jednaka su srednjem normalnom naprezanju  $\sigma_S$  u točki M tijela.
  - Pravac normale  $\bar{n}$  određen je kutom  $\varphi_N$  od osi  $x$ , povlačenjem pravca PG iz pola P.
  - Orientirani elementi u zadanim koordinatnim sustavima, s ucrtanim naprezanjima na presjecima, prikazani su na slikama a), b), c) i d).



Napomena: Nakon izračunatih naprezanja u  $(0xy)$  - koordinatnom sustavu, može se grafičko rješenje dobiti uporabom modula «Mohr's circle» programa «MDSolids®».