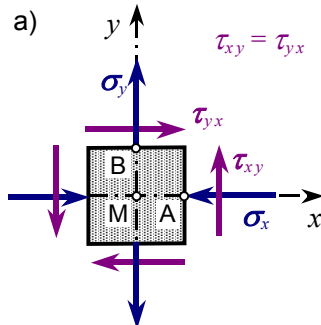


## 2. Primjer: Usporedba teorija čvrstoće homogene ploče

Treba odrediti iznos referentnog napreznja  $\sigma$  kod kojeg će doći do pojave tečenja materijala homogene ploče u točki M kod ravninskog stanja napreznja zadanog na slici a), primjenom teorija čvrstoće  $\sigma_{\max}$ ,  $\tau_{\max}$  i HMH.



**Zadano:**  $\sigma_T = 350 \text{ MPa}$ ,  $|\sigma_x| = 3\sigma$ ,  
 $|\sigma_y| = 2\sigma$ ,  $|\tau_{xy}| = \sigma/2$ .

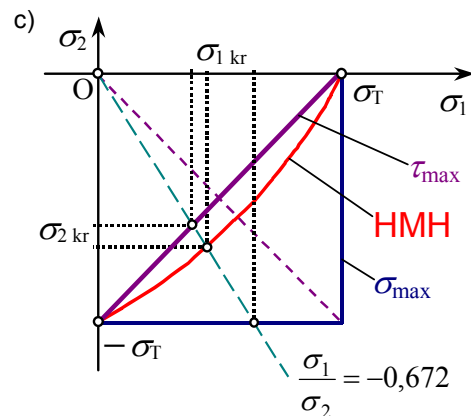
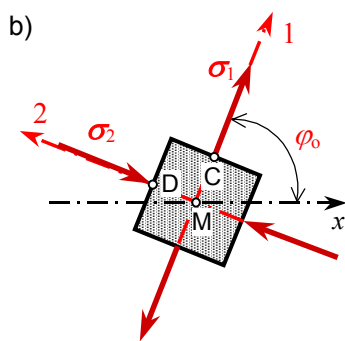
**Rješenje:**

a) Glavna napreznja u točki M ploče:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} =$$

$$= \frac{-3\sigma + 2\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3\sigma - 2\sigma}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} = \frac{\sigma}{2}(-1 \pm \sqrt{26}),$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2}(-1 + \sqrt{26}) \cong 2,05\sigma, \quad \sigma_2 = \frac{\sigma}{2}(-1 - \sqrt{26}) \cong -3,05\sigma.$$



Kut glavnih pravaca napreznja u točki M jest:

$$\tan 2\varphi_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{\sigma/2}{-5\sigma/2} = -0,2,$$

slijedi:  $2\varphi'_0 = -11,31^\circ$ , odnosno  $\varphi'_0 = -5,655^\circ$  ili

$$\varphi_0 = 90^\circ + \varphi'_0 = 90^\circ - 5,655^\circ = 84,345^\circ \text{ mjereno od osi } x.$$

Orijentirani element u točki M ploče s ucrtanim glavnim napreznjima prikazan je na slici b).

**b) Iznosi komponenti naprezanja prema zadanim teorijama čvrstoće****1. Teorija čvrstoće**  $\sigma_{\max}$  :

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_{\max} = |\sigma_2| = 3,05\sigma \geq \sigma_T \Rightarrow \sigma \geq \frac{\sigma_T}{3,05} = \frac{350}{3,05} = 114,75 \text{ MPa} .$$

Slijede iznosi naprezanja kod kojih će započeti tečenje materijala u točki M ploče:

$$\sigma_x = -3\sigma = -3 \cdot 114,773 = -344,32 \text{ MPa} ,$$

$$\sigma_y = 2\sigma = 2 \cdot 114,773 = 229,54 \text{ MPa} ,$$

$$\tau_{xy} = \sigma / 2 = 114,773 / 2 = 57,39 \text{ MPa} .$$

**2. Teorija čvrstoće**  $\tau_{\max}$  :

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = |\sigma_1 - \sigma_2| = [2,05\sigma - (-3,05\sigma)] = 5,1\sigma \geq \sigma_T$$

$$\sigma \geq \frac{\sigma_T}{5,1} = \frac{350}{5,1} = 68,64 \text{ MPa} .$$

Slijede iznosi naprezanja kod kojih će započeti tečenje materijala u točki M ploče:

$$\sigma_x = -3\sigma = -3 \cdot 68,64 = -205,92 \text{ MPa} ,$$

$$\sigma_y = 2\sigma = 2 \cdot 68,64 = 137,28 \text{ MPa} ,$$

$$\tau_{xy} = \sigma / 2 = 68,64 / 2 = 34,32 \text{ MPa} .$$

**3. Energijska teorija čvrstoće (HMH):**

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2} = \sigma \sqrt{2,05^2 + 3,05^2 - 2,05 \cdot (-3,05)}$$

$$\sigma_{\text{ekv}} = 4,445\sigma \geq \sigma_T \Rightarrow \sigma \geq \frac{\sigma_T}{4,445} = \frac{350}{4,445} = 78,74 \text{ MPa} .$$

Slijede iznosi naprezanja kod kojih će započeti tečenje materijala u točki M ploče:

$$\sigma_x = -3\sigma = -3 \cdot 78,74 = -236,22 \text{ MPa} ,$$

$$\sigma_y = 2\sigma = 2 \cdot 78,74 = 157,48 \text{ MPa} ,$$

$$\tau_{xy} = \sigma / 2 = 78,74 / 2 = 39,37 \text{ MPa} .$$

**4. Grafičko rješenje zadatka, slika c):**

U  $(\sigma_1, \sigma_2)$ - koordinatnom sustavu u mjerilu npr. 1 cm  $\hat{=}$  50 MPa nacrtaju se krivulje čvrstoće zadanih teorija čvrstoće, pri čemu je  $\sigma_{kr} = \sigma_T = 350 \text{ MPa}$ . Iz ishodišta O povuče se pravac koji presijeca krivulje čvrstoće u točkama kritičnih stanja naprezanja ploče.

Pravac je određen omjerom:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{2,05\sigma}{-3,05\sigma} = -0,672 .$$

Na osnovu očitanih kritičnih vrijednosti jednog od glavnih naprezanja, izračunava se vrijednost referentnog normalnog naprezanja  $\sigma$  za primijenjenu teoriju čvrstoće, a zatim komponente naprezanja u točki M ploče.