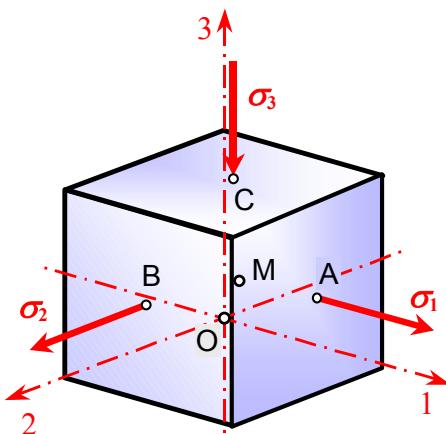


## 1. Primjer: Gustoća energije deformiranja i kontrola čvrstoće tijela

Prostorno stanje naprezanja u točki M tijela zadano je na slici.

Treba odrediti:

- gustoću energije deformiranja i njezine sastavne dijelove,
- provjeriti čvrstoću materijala tijela primjenom teorija čvrstoće  $\sigma_{\max}$ ,  $\tau_{\max}$  i HMH.



**Zadano:**  $\sigma_1 = 190 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_2 = 90 \text{ MPa}$ ,  
 $\sigma_3 = -100 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,32$ ,  $E = 207 \text{ GPa}$ ,  
 $\sigma_{\text{dop}} = 260 \text{ MPa}$ .

**Rješenje:**

### a) Gustoća energije deformiranja u točki M tijela:

Gustoća dilatacijske (hidrostaticke) energije deformiranja jest:

$$U_{\text{oh}} = \frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \frac{1-2 \cdot 0,32}{6 \cdot 207 \cdot 10^3} [190 + 90 + (-100)]^2,$$

$$U_{\text{oh}} = 9,3913 \times 10^{-3} \text{ kJ/m}^3 = 9,3913 \text{ J/m}^3.$$

Gustoća distorsionske energije deformiranja jest:

$$\begin{aligned} U_{\text{od}} &= \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \\ &= \frac{1+0,32}{6 \cdot 207 \cdot 10^3} [(190-90)^2 + (90-(-100))^2 + (-100-190)^2], \end{aligned}$$

$$U_{\text{od}} = 138,3768 \times 10^{-3} \text{ kJ/m}^3 = 138,3768 \text{ J/m}^3.$$

Ukupna gustoća energije deformiranja jest:

$$U_{\text{o}} = U_{\text{oh}} + U_{\text{od}} = 9,3913 + 138,3768 = 147,768 \text{ J/m}^3.$$

Postotni udjel gustoće energije deformiranja jest:

$$\frac{U_{\text{od}}}{U_{\text{o}}} \cdot 100\% = \frac{138,3768}{147,768} \cdot 100 = 93,64\%.$$

Vidi se da se najveći dio rada vanjskih sila troši za promjenu oblika kod deformiranja tijela, tj. akumulira se u distorsionskoj energiji deformiranja.

**b) Provjera čvrstoće materijala tijela prema zadanim teorijama čvrstoće****1. Teorija čvrstoće  $\sigma_{\max}$ :**

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_{\max} = \sigma_1 = 190 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.$$

**2. Teorija čvrstoće  $\tau_{\max}$ :**

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 190 - (-100) = 290 \text{ MPa} > \sigma_{\text{dop}}$$

**3. Energijska teorija čvrstoće (HMH):**

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ekv}} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 +]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(190 - 90)^2 + (90 - (-100))^2 + (-100 - 190)^2 +]} = \\ \sigma_{\text{ekv}} &= 255,15 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.\end{aligned}$$

Na osnovu vrijednosti ekvivalentnih naprezanja vidi se, da čvrstoća materijala kod zadanog stanja naprezanja tijela, zadovoljava prema teoriji čvrstoće  $\sigma_{\max}$  i energijskoj teoriji HMH, ali ne zadovoljava prema teoriji čvrstoće  $\tau_{\max}$ .