

Primjer 2. Mjerenje deformacije pomoću mjerne rozete 0/45/90°

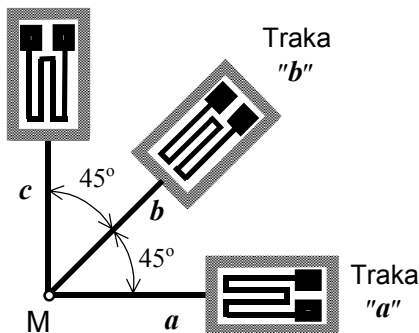
Na površini tijela koje je u ravninskom stanju naprezanja, u točki M u (x, y) - ravnini izmjerene su pomoću mjerne rozete 0/45/90° komponente deformacije u pravcima osi a , b i c , slika a).

Treba odrediti analitički i grafički pomoću Mohrove kružnice deformacija:

- glavne pravce i vrijednosti glavnih deformacija u mjernoj točki,
- komponente deformacije u smjerovima koordinatnih osi x i y ,
- iznos maksimalne kutne deformacije s pripadnim duljinskim deformacijama.

Skicirati orijentirane početne i deformirane elemente u točki M tijela, s naznačenim komponentama deformacije u svim analiziranim koordinatnim sustavima.

- a) Traka
"c"



Zadano: $\varepsilon_a = -700 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_b = 600 \times 10^{-6}$,
 $\varepsilon_c = 900 \times 10^{-6}$.

Mjerilo za Mohrovu kružnicu deformacija:

$$1 \text{ cm} \triangleq 200 \times 10^{-6}.$$

Rješenje:**1. Analitičko rješenje:**

a) Glavne deformacije u točki M tijela za mjernu rozetu 0/45/90° iznose (prema izrazima kod mjerenja **metodom tenzometrije**):

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2} =$$

$$= \left[\frac{-700 + 900}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(-700 - 600)^2 + (600 - 900)^2} \right] \cdot 10^{-6} = (100 \pm 943,4) \times 10^{-6},$$

$$\varepsilon_1 = (100 + 943,4) \cdot 10^{-6} = 1043,4 \times 10^{-6},$$

$$\varepsilon_2 = (100 - 943,4) \cdot 10^{-6} = -843,4 \times 10^{-6}.$$

Kut glavnih pravaca deformacija jest:

$$\tan 2\psi = \left| \frac{2\varepsilon_b - \varepsilon_a - \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} \right| = \left| \frac{2 \cdot 600 - (-700) - 900}{-700 - 900} \right| = 0,625,$$

slijedi: $2\psi \approx 32^\circ$, odnosno $\psi = 16^\circ$.

Glavni pravac deformacija 1 s koordinatnom osi x čini kut:

$$\varphi_0 = 90^\circ - \psi = 90^\circ - 16^\circ = 74^\circ.$$

Orijentirani element s glavnim deformacijama u glavnim pravcima prikazan je na slici b).

b) Komponente deformacija u točki M tijela u pravcima koordinatnih osi x i y , kad se os x podudara s osi a i os y s osi c mjerne rozete 0/45/90°, mogu se odrediti iz sljedećih izraza tenzometrije:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_a = -700 \times 10^{-6},$$

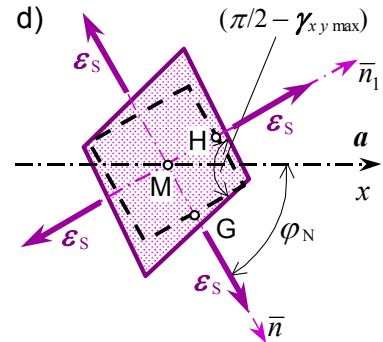
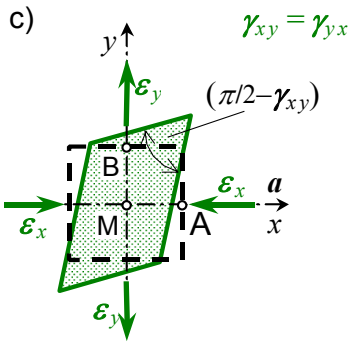
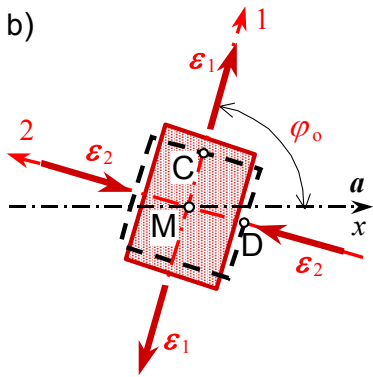
$$\varepsilon_y = \varepsilon_c = 900 \times 10^{-6},$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c) = [2 \cdot 600 - (-700 + 900)] \times 10^{-6},$$

$$\gamma_{xy} = 1000 \times 10^{-6} \text{ rad.}$$

Element u okolišu točke M tijela s komponentama deformacija u pravcima koordinatnih osi x i y prikazan je na slici c).

b)



c) Apsolutni iznos maksimalne kutne deformacije u točki M tijela jest:

$$\gamma_{xy\max} = |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| = |1043,4 - (-943,4)| \times 10^{-6},$$

$$\text{odnosno } \gamma_{xy\max} = 1886,8 \times 10^{-6} \text{ rad,}$$

a pripadne srednje duljinske deformacije su:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} = \frac{-700 + 900}{2} \cdot 10^{-6} = 100 \times 10^{-6}.$$

Pravac normale \bar{n} presjeka u kojem je maksimalna kutna deformacija određen je kutom φ_N mjenom od osi x :

$$\varphi_N = \varphi_0 + \pi/2 = 74^\circ + 45^\circ = 119^\circ \text{ ili } \varphi_N = 119^\circ - 180^\circ = -61^\circ.$$

Orijentirani element s ucrtanim maksimalnim kutnim i pripadnim duljinskim deformacijama prikazan je na slici d).

2. Grafičko rješenje pomoću Mohrove kružnice deformacija

- U pomoćnom koordinatnom sustavu $(O' \varepsilon' \frac{\gamma}{2})$ crtaju se točke A', B' i C' kojima apscise u zadanom mjerilu predstavljaju izmjerene duljinske deformacije ε_a , ε_b i ε_c , slika 1.

U tim se točkama podižu okomice na pomoćnu vodoravnu os ε' . Odabire se proizvoljna točka D na okomici kroz točku B'. Iz točke D povlače se pravci koji s okomicom kroz točku B' čine kutove od 45° . Presjecišta tih pravaca s okomicama kroz točke A' i C' određuju točke A i C. U presjecištu simetrala dužina \overline{AD} i \overline{CD} nalazi se središte S Mohrove kružnice deformacija. Sada se opiše kružnica kroz točke C, D i A. Okomica kroz B' siječe kružnicu u točki B. Kutovi $\angle ASB$ i $\angle BSC$ iznose 90° .

