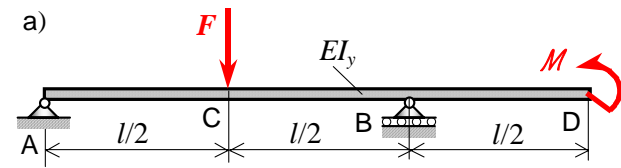


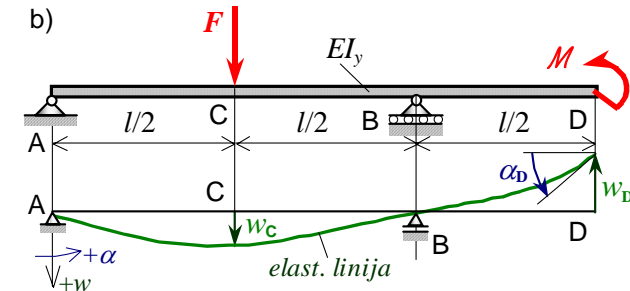
1. Primjer: Izračunavanje uplivnih koeficijenata za ravni nosač



Pomoću uplivnih koeficijenata treba odrediti progibe na mjestima C i D te kutni zakret na mjestu D ravnog nosača zadanog i opterećenog prema slici a).

Zadano: $F, M=F \cdot l, l, EI_y = \text{konst.}$

Rješenje:



Na slici b) pokazana je elastična linija nosača kod zadanog opterećenja i deformacije koje treba odrediti pomoću uplivnih koeficijenata:

$$q_1 = w_C = \alpha_{11} \cdot F + \alpha_{13} \cdot M,$$

$$q_2 = w_D = \alpha_{21} \cdot F + \alpha_{23} \cdot M,$$

$$q_3 = \alpha_D = \alpha_{31} \cdot F + \alpha_{33} \cdot M.$$

Vidi se, da su potrebni uplivni koeficijenti:

$\alpha_{11}, \alpha_{13}, \alpha_{21}, \alpha_{23}, \alpha_{33}$, koji se mogu

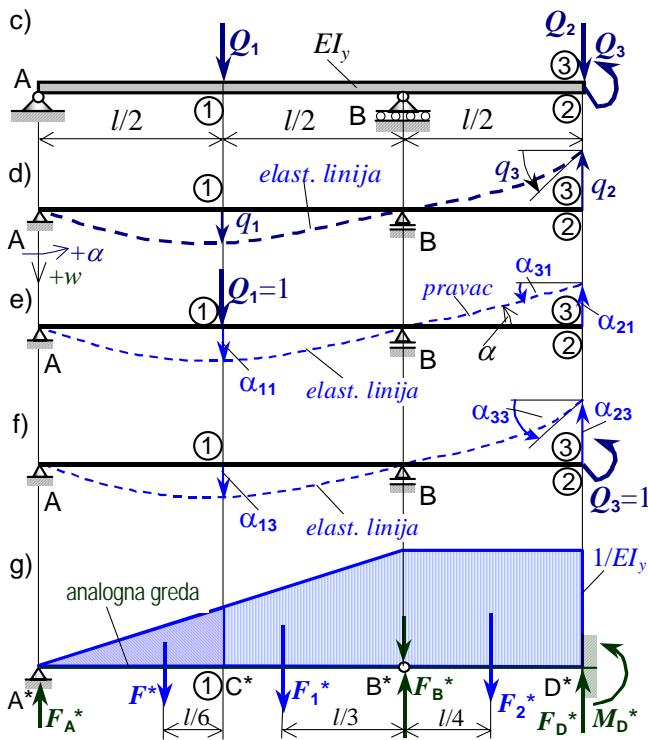
odrediti pomoću tabličnih izraza u literaturi ili metodom analogne grede, za vrijednosti popčćenih sila $Q_1 = 1, Q_2 = 0$ i $Q_3 = 1$, slike c) i d).

Pomoću tabličnih izraza određeni su uplivni koeficijenti α_{11}, α_{21} i α_{31} kod opterećenja nosača popčćenom silom $Q_1 = 1$, slika e):

$$\alpha_{11} = \frac{l^3}{48EI_y}, \quad \alpha_{31} = \frac{l^2}{16EI_y} = \alpha,$$

$$\alpha_{21} = -\alpha \cdot \frac{l}{2} = -\frac{l^3}{32EI_y}.$$

Za opterećenje nosača popčćenom silom $Q_3 = 1$, slika f), mogu se odrediti metodom analogne grede, slika g), uplivni koeficijenti: α_{13}, α_{23} i α_{33} .



Sile opterećenja analogne grede su F_1^* i F_2^* , slika g):

$$F_1^* = \frac{1}{EI_y} \cdot \frac{l}{2} = \frac{l}{2EI_y} = F_2^*, \quad \text{a pomoćna sila jest: } F^* = \frac{1}{2EI_y} \cdot \frac{l}{4} = \frac{l}{8EI_y}.$$

Reakcije analogne grede su:

$$F_A^* = \frac{F_1^*}{3} = \frac{l}{6EI_y}, \quad F_B^* = \frac{2F_1^*}{3} = \frac{l}{3EI_y}, \quad F_D^* = F_B^* + F_2^* = \frac{5l}{6EI_y}, \quad M_D^* = -F_B^* \cdot \frac{l}{2} - F_2^* \cdot \frac{l}{4} = -\frac{7l^2}{24EI_y}.$$

Uplivni su koeficijenti za opterećenje nosača popčćenom silom $Q_3 = 1$, slika f):

$$\alpha_{13} = M_C^* = F_A^* \cdot \frac{l}{2} - F_1^* \cdot \frac{l}{6} = \frac{l^2}{16EI_y}, \quad \alpha_{23} = M_D^* = -\frac{7l^2}{24EI_y}, \quad \alpha_{33} = F_D^* = \frac{5l}{6EI_y}.$$

Deformacije ravnog nosača određene pomoću uplivnih koeficijenata, prikazane su na elastičnoj liniji, slika b), a njihove su vrijednosti za zadano opterećenje $Q_1 = F$, $Q_2 = 0$ i $Q_3 = M = F \cdot l$:

$$q_1 = w_C = \alpha_{11} \cdot F + \alpha_{13} \cdot M = \frac{l^3}{48EI_y} \cdot F + \frac{l^2}{16EI_y} \cdot F \cdot l = \frac{1}{12} \cdot \frac{Fl^3}{EI_y},$$

$$q_2 = w_D = \alpha_{21} \cdot F + \alpha_{23} \cdot M = -\frac{l^3}{32EI_y} \cdot F - \frac{7l^2}{24EI_y} \cdot F \cdot l = -\frac{31}{96} \cdot \frac{Fl^3}{EI_y},$$

$$q_3 = \alpha_D = \alpha_{31} \cdot F + \alpha_{33} \cdot M = \frac{l^2}{16EI_y} \cdot F + \frac{5l}{6EI_y} \cdot F \cdot l = \frac{43}{48} \cdot \frac{Fl^2}{EI_y}.$$

Numerički primjer: $F = 3 \text{ kN}$, $M = F \cdot l = 13,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $l = 4,6 \text{ m}$, $E = 200 \text{ GPa}$,
presjek nosača: I NP120, ($I_y = 328 \text{ cm}^4$).

Krutost na savijanje nosača jest:

$$EI_y = 2 \times 10^{11} \cdot 328 \times 10^{-8} = 656 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^2.$$

Uplivni koeficijenti zadanog nosača su:

$$\alpha_{11} = \frac{l^3}{48EI_y} = \frac{4,6^3}{48 \cdot 656} \times 10^{-3} = 3,0912 \times 10^{-6} \text{ m/N},$$

$$\alpha_{13} = \alpha_{31} = \frac{l^2}{16EI_y} = \frac{4,6^2}{16 \cdot 656} \times 10^{-3} = 2,016 \times 10^{-6} \text{ 1/N},$$

$$\alpha_{21} = -\frac{l^3}{32EI_y} = -\frac{4,6^3}{32 \cdot 656} \times 10^{-3} = -4,638 \times 10^{-6} \text{ m/N},$$

$$\alpha_{23} = -\frac{7}{24} \cdot \frac{l^2}{EI_y} = -\frac{7 \cdot 4,6^2}{24 \cdot 656} \times 10^{-3} = -9,408 \times 10^{-6} \text{ 1/N},$$

$$\alpha_{33} = \frac{5}{6} \cdot \frac{l}{EI_y} = \frac{5 \cdot 4,6}{6 \cdot 656} \times 10^{-3} = 5,8435 \times 10^{-6} \text{ 1/(N}\cdot\text{m)}.$$

Deformacije ravnog nosača određene pomoću uplivnih koeficijenata jesu:

$$q_1 = w_C = \alpha_{11} \cdot F + \alpha_{13} \cdot M = 10^{-3} (3,0912 \cdot 3 + 2,016 \cdot 13,8) = 37,095 \times 10^{-3} \text{ m} \cong 37,10 \text{ mm},$$

$$q_2 = w_D = \alpha_{21} \cdot F + \alpha_{23} \cdot M = 10^{-3} (-4,638 \cdot 3 - 9,408 \cdot 13,8) = -143,744 \times 10^{-3} \text{ m} \cong -143,74 \text{ mm},$$

$$q_3 = \alpha_D = \alpha_{31} \cdot F + \alpha_{33} \cdot M = 10^{-3} (2,016 \cdot 3 + 5,8435 \cdot 13,8) = 86,688 \times 10^{-3} \text{ rad} \cong 5^\circ.$$

Izračunavanje pomoću konačnih izraza daje istovjetne vrijednosti deformacija nosača:

$$w_C = \frac{1}{12} \cdot \frac{Fl^3}{EI_y} = \frac{1}{12} \cdot \frac{3 \times 10^3 \cdot 4,6^3}{656 \times 10^3} = 0,037095 \text{ m} \cong 37,10 \text{ mm},$$

$$w_D = -\frac{31}{96} \cdot \frac{Fl^3}{EI_y} = -\frac{31}{96} \cdot \frac{3 \times 10^3 \cdot 4,6^3}{656 \times 10^3} = -0,143744 \text{ m} \cong -143,74 \text{ mm},$$

$$\alpha_D = \frac{43}{48} \cdot \frac{Fl^2}{EI_y} = \frac{43}{48} \cdot \frac{3 \times 10^3 \cdot 4,6^2}{656 \times 10^3} = 0,086688 \text{ rad} \cong 5^\circ.$$