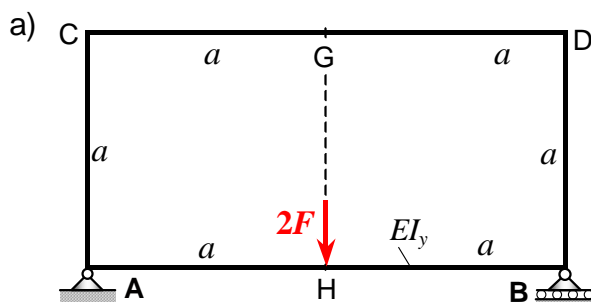


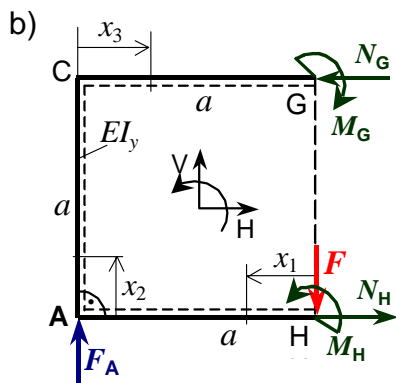
## 6. Zadatak: Ravninski zatvoreni okvirni nosač



Za zatvoreni okvirni nosač ABCD zadan i opterećen prema slici a) treba:

- odrediti reakcije veza u osloncima A i B
- unutarnje sile u poprečnim presjecima nosača
- skicirati i kotirati dijagrame uzdužnih i poprečnih sila te momenta savijanja duž konture nosača.

Zadano:  $F$ ,  $a$ ,  $EI_y = \text{konst.}$

**Rješenje:**

Zatvoreni okvirni nosač je geometrijski simetričan i simetrično opterećen, te su vanjske reakcije veza u osloncima A i B, slika b):

$$F_A = F_B = F.$$

Unutarnje sile u poprečnim presjecima dijelova nosača, zbog simetrije konstrukcije i opterećenja, određuju se iz jednadžbi ravnoteže za 1/2 nosača i dopunskih uvjeta minimuma energije deformiranja:

- poprečne sile u presjecima G i H  $\rightarrow Q_G = Q_H = 0$ ,

- uzdužne sile  $N_G$ ,  $N_H$  te momenti savijanja  $M_G$  i  $M_H$  iz jednadžbi (1) do (5).

Jednadžbe ravnoteže za 1/2 nosača:

$$1. \sum F_H = 0 \quad -N_G + N_H = 0, \rightarrow N_G = N_H = N.$$

$$2. \sum F_V = 0 \quad F_A - F = 0 \rightarrow F_A = F_B = F.$$

$$3. \sum M_G = 0 \quad -M_G + M_H + N_H \cdot a - F_A \cdot a = 0. \rightarrow M_G = M_H + N \cdot a - F \cdot a. \dots (3')$$

Zadatak je dvaput unutarnje statički neodređen, jer jest:  $n = k - s = 5 - 3 = 2$ .

Prekobrojne unutarnje sile su:  $N$  i  $M_H$ .

Poučci o minimumu energije deformiranja nosača su za  $i = 4$  i  $EI_y = \text{konst.}$ , slika b):

$$4. \frac{\partial U}{\partial M_H} = \left[ \sum_{i=1}^4 \left( \int_0^{l_i} M_b(x_i) \cdot \frac{\partial M_b(x_i)}{\partial M_H} dx_i \right) \right] = 0, \quad 5. \frac{\partial U}{\partial N} = \left[ \sum_{i=1}^4 \left( \int_0^{l_i} M_b(x_i) \cdot \frac{\partial M_b(x_i)}{\partial N} dx_i \right) \right] = 0.$$

Momenti savijanja duž konture nosača  $M_b(x_i) = M_y(x_i)$  i potrebne derivacije jesu:

Momenti savijanja $M_b(x_i)$ dijelova okvirnog nosača:	$\frac{\partial M_b(x_i)}{\partial M_H}$	$\frac{\partial M_b(x_i)}{\partial N}$
$M_b(x_1) = -M_H + F \cdot x_1$	-1	0
$M_b(x_2) = -M_G - N \cdot x_2 + F \cdot a$	-1	$-x_2$
$M_b(x_3) = -M_H - N \cdot a - F_A \cdot x_3 - F \cdot (a - x_3) = -M_H - N \cdot a + F \cdot a$	-1	$-a$

Moment savijanja  $M_b(x_i) = M_y(x_i)$  uzet je pozitivan, ako on na strani dijela nosača označenom crtkanom linijom, slika b), izaziva rastezna (vlačna) naprezanja.

Uvrštavanjem izraza za momente savijanja  $M_b(x_i)$  i pripadajućih derivacija iz tablice u izraze (4) i (5), sređivanjem slijedi:

$$(4) \rightarrow \int_0^a (F \cdot x_1 - M_H) \cdot (-1) \cdot dx_1 + \int_0^a (F \cdot a - M_H - N \cdot x_2) \cdot (-1) \cdot dx_2 + \int_0^a (F \cdot a - M_H - N \cdot a) \cdot (-1) \cdot dx_3 = 0.$$

Integriranjem i sređivanjem izraza te dijeljenjem s  $a$ , slijedi izraz (4'):

$$3M_H + \frac{3}{2}N \cdot a - \frac{5}{2}F \cdot a = 0 / :3 \rightarrow M_H = -\frac{1}{2}N \cdot a + \frac{5}{6}F \cdot a. \dots (4')$$

$$(5) \rightarrow \int_0^a (F \cdot a - M_H - N \cdot x_2) \cdot (-x_2) \cdot dx_2 + \int_0^a (F \cdot a - M_H + N \cdot a) \cdot (-a) \cdot dx_3 = 0.$$

Integriranjem i sređivanjem izraza te dijeljenjem s  $a^2$ , slijedi izraz (5'):

$$\frac{3}{2}M_H + \frac{4}{3}N \cdot a - \frac{3}{2}F \cdot a = 0 / \cdot \frac{2}{3} \rightarrow M_H = -\frac{8}{9}N \cdot a + F \cdot a \quad (5').$$

Izjednačavanjem izraza (4') i (5') dobivaju se komponente unutarnjih uzdužnih sila u presjecima G i H okvirnog nosača:

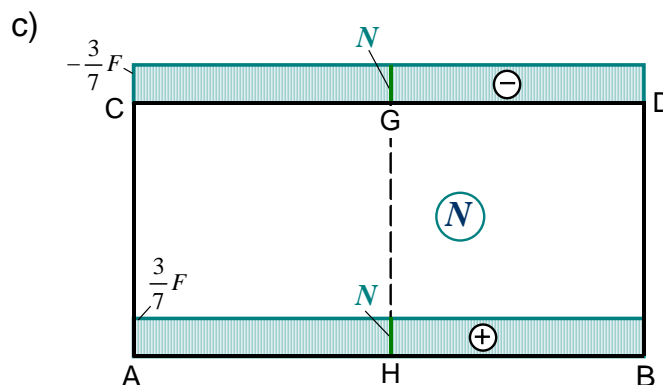
$$-\frac{1}{2}N \cdot a + \frac{5}{6}F \cdot a = -\frac{8}{9}N \cdot a + F \cdot a / :a \rightarrow \boxed{N = \frac{3}{7}F = N_G = N_H}.$$

Momenti savijanja  $M_G$  i  $M_H$  u presjecima G i H okvirnog nosača dobivaju se iz izraza (5') i (3'):

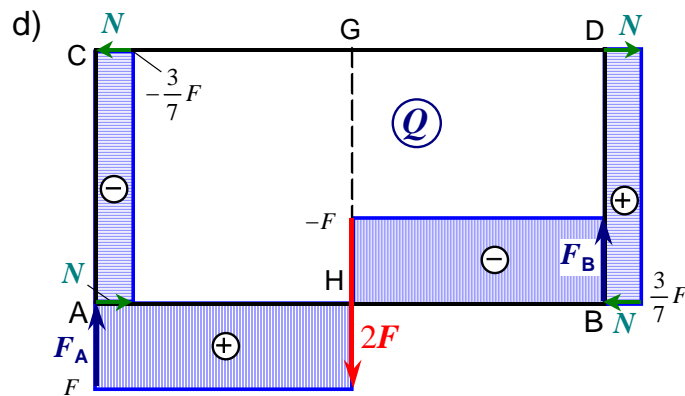
$$M_H = -\frac{8}{9}N \cdot a + F \cdot a = -\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{7}F \cdot a + F \cdot a \rightarrow \boxed{M_H = \frac{13}{21}F a},$$

$$M_G = M_H + N \cdot a - F \cdot a = F \cdot a \cdot \left( \frac{13}{21} + \frac{3}{7} - 1 \right) \rightarrow \boxed{M_G = \frac{1}{21}F a}.$$

Dijagram unutarnjih uzdužnih sila duž konture zatvorenog okvirnog nosača:



Dijagram unutarnjih poprečnih sila duž konture zatvorenog okvirnog nosača:



Momenti savijanja u karakterističnim točkama zatvorenog okvirnog nosača, slika b), jesu:

$$M_{bA} = M_{bB} = -M_H + F \cdot a = \frac{8}{21} F a, \quad M_{bD} = M_{bC} = M_{bG} = -M_G = -\frac{1}{21} F a,$$

$$M_{bH} = -M_H = -\frac{13}{21} F a.$$

Dijagram momenata savijanja duž konture zatvorenog okvirnog nosača:

