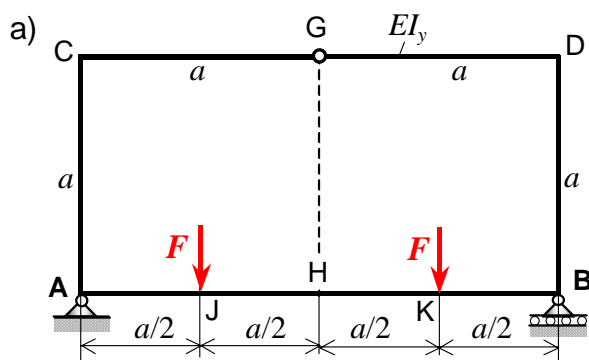


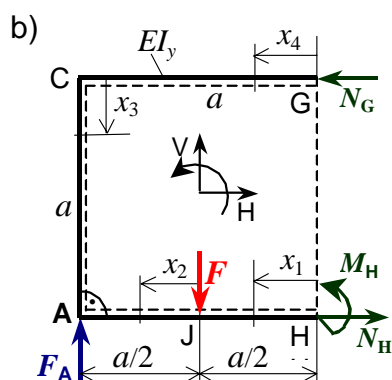
## 3. Zadatak: Ravninski zatvoreni zglobni okvirni nosač



Za zatvoreni zglobni okvirni nosač ABCD zadan i opterećen prema slici a) treba:

- odrediti reakcije veza u osloncima A i B
- unutarnje sile u poprečnim presjecima nosača
- skicirati i kotirati dijagrame uzdužnih i poprečnih sila te momenta savijanja duž konture nosača.

Zadano:  $F, a, EI_y = \text{konst.}$



## Rješenje:

Zatvoreni zglobni okvirni nosač je geometrijski simetričan i simetrično opterećen, te su vanjske reakcije veza u osloncima A i B, slika b):

$$F_A = F_B = F.$$

Unutarnje sile u poprečnim presjecima dijelova nosača, zbog simetrije konstrukcije i opterećenja, određuju se iz jednadžbi ravnoteže za 1/2 nosača i dopunskog uvjeta minimuma energije deformiranja:

- poprečne sile u presjecima G i H  $\rightarrow Q_G = Q_H = 0$  (simetrija!),
- uzdužne sile  $N_G, N_H$  te momenti savijanja  $M_G$  i  $M_H$  iz jednadžbi (1) do (5).

Jednadžbe ravnoteže za 1/2 nosača:

- $\sum F_H = 0 \quad -N_G + N_H = 0, \rightarrow N_G = N_H = N.$
- $\sum F_V = 0 \quad F_A - F = 0 \rightarrow F_A = F_B = F.$
- $\sum M_G = 0 \quad M_H + N_H \cdot a - F_A \cdot a + F \cdot \frac{a}{2} = 0. \rightarrow M_H = -N \cdot a + \frac{1}{2} F \cdot a \dots (3')$
- $M_G = 0$  (zglob u G!).

Zadatak je jedanput unutarnje statički neodređen, jer jest:  $n = k - s = 5 - 4 = 1.$

Prekobrojna unutarnja sila jest:  $N.$

Poučak o minimumu energije deformiranja nosača je za  $i = 4$  i  $EI_y = \text{konst.}$ , slika b):

$$5. \quad \frac{\partial U}{\partial N} = \left[ \sum_{i=1}^4 \left( \int_0^{l_i} M_b(x_i) \cdot \frac{\partial M_b(x_i)}{\partial N} dx_i \right) \right] = 0.$$

Momenti savijanja duž konture nosača  $M_b(x_i) = M_y(x_i)$  i potrebne derivacije jesu:

Momenti savijanja $M_b(x_i)$ dijelova okvirnog nosača:	$\frac{\partial M_b(x_i)}{\partial N}$
$M_b(x_1) = -M_H = N \cdot a - \frac{1}{2} F \cdot a$	$a$
$M_b(x_2) = -M_H + F \cdot x_2 = N \cdot a + F \cdot \left( x_2 - \frac{a}{2} \right)$	$a$
$M_b(x_3) = N \cdot x_3$	$x_3$
$M_b(x_4) = 0$	$0$

Moment savijanja  $M_b(x_i) = M_y(x_i)$  uzet je pozitivan, ako on na strani dijela nosača označenom crtkanom linijom, slika b), izaziva rastezna (vlačna) naprezanja.

Uvrštavanjem izraza za momente savijanja  $M_b(x_i)$  i pripadajućih derivacija iz tablice u izraz (5) slijedi:

$$(5) \rightarrow \int_0^{a/2} \left( -\frac{F}{2} \cdot a + N \cdot a \right) \cdot a \cdot dx_1 + \int_0^{a/2} \left[ N \cdot a + F \cdot \left( x_2 - \frac{a}{2} \right) \right] \cdot a \cdot dx_2 + \int_0^a (N \cdot x_3) \cdot x_3 \cdot dx_3 = 0.$$

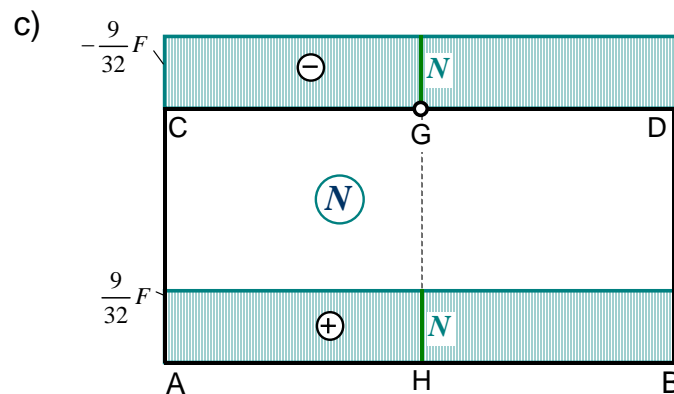
Integriranjem i sređivanjem izraza te dijeljenjem s  $a^3$  dobiva se uzdužna sila:

$$\frac{4}{3}N - \frac{3}{8}F = 0 \rightarrow \boxed{N = \frac{9}{32}F = N_G = N_H}.$$

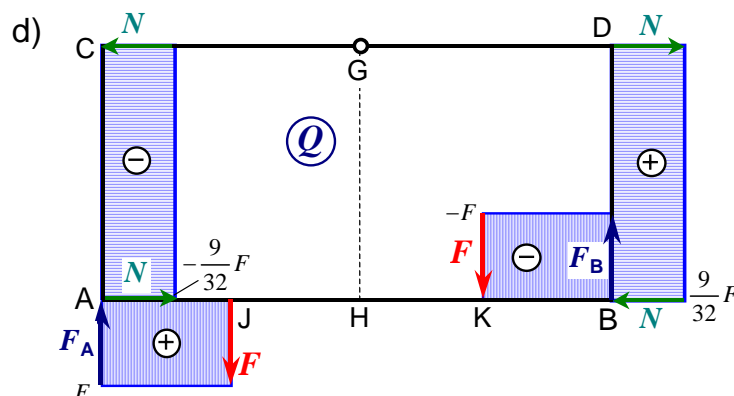
Iz izraza (3') dobiva se unutarnji moment u presjeku H okvirnog nosača:

$$M_H = \frac{F}{2} \cdot a - N \cdot a = \left( \frac{1}{2} - \frac{9}{32} \right) \cdot F \cdot a \rightarrow \boxed{M_H = \frac{7}{32}F a}.$$

Dijagram unutarnjih uzdužnih sila duž konture zatvorenog zglobnog okvirnog nosača:



Dijagram unutarnjih poprečnih sila duž konture zatvorenog zglobnog okvirnog nosača:



Momenti savijanja u karakterističnim točkama zatvorenog zglobnog okvirnog nosača jesu:

$$M_{bA} = -M_H + \frac{F}{2} \cdot a = N \cdot a = \frac{9}{32}F a = M_{bB}, \quad M_{bD} = M_{bC} = M_{bG} = 0,$$

$$M_{bJ} = M_{bK} = M_{bH} = -M_H = -\frac{7}{32}F a.$$

Dijagram momenata savijanja duž konture zatvorenog zglobnog okvirnog nosača:

