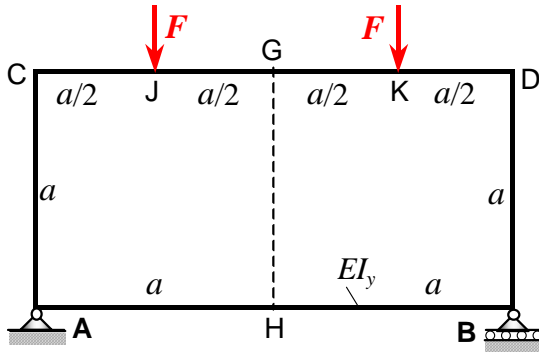


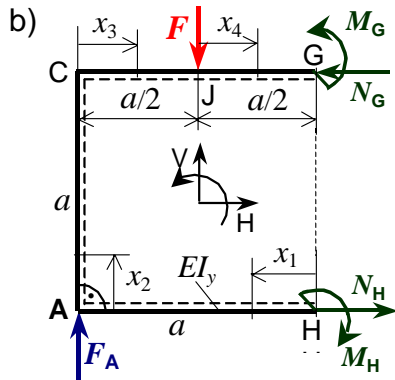
2. Zadatak: Ravninski zatvoreni okvirni nosač



Za zatvoreni okvirni nosač ABCD zadan i opterećen prema slici a) treba:

- odrediti reakcije veza u osloncima A i B
- unutarnje sile u poprečnim presjecima nosača
- skicirati i kotirati dijagrame uzdužnih i poprečnih sila te momenta savijanja duž konture nosača.

Zadano: $F, a, EI_y = \text{konst.}$



Rješenje:

Zatvoreni okvirni nosač je geometrijski simetričan i simetrično opterećen, te su vanjske reakcije veza u osloncima A i B, slika b):

$$F_A = F_B = F.$$

Unutarnje sile u poprečnim presjecima dijelova nosača, zbog simetrije konstrukcije i opterećenja, određuju se iz jednadžbi ravnoteže za 1/2 nosača i dopunskih uvjeta minimuma energije deformiranja:

- poprečne sile u presjecima G i H $\rightarrow Q_G = Q_H = 0$,
- uzdužne sile N_G, N_H te momenti savijanja M_G i M_H iz jednadžbi (1) do (5).

Jednadžbe ravnoteže za 1/2 nosača:

- $\sum F_H = 0 \quad -N_G + N_H = 0, \rightarrow N_G = N_H = N.$
- $\sum F_V = 0 \quad F_A - F = 0 \rightarrow F_A = F_B = F.$
- $\sum M_G = 0 \quad M_G - M_H + N_H \cdot a - F_A \cdot a + F \cdot \frac{a}{2} = 0. \rightarrow M_G = M_H - N \cdot a + \frac{1}{2} F \cdot a \dots (3')$

Zadatak je dvaput unutarnje statički neodređen, jer jest: $n = k - s = 5 - 3 = 2$.

Prekobrojne unutarnje sile su: N i M_H .

Poučci o minimumu energije deformiranja nosača su za $i = 4$ i $EI_y = \text{konst.}$, slika b):

$$4. \frac{\partial U}{\partial M_H} = \left[\sum_{i=1}^4 \left(\int_0^{l_i} M_b(x_i) \cdot \frac{\partial M_b(x_i)}{\partial M_H} dx_i \right) \right] = 0, \quad 5. \frac{\partial U}{\partial N} = \left[\sum_{i=1}^4 \left(\int_0^{l_i} M_b(x_i) \cdot \frac{\partial M_b(x_i)}{\partial N} dx_i \right) \right] = 0.$$

Momenti savijanja duž konture nosača $M_b(x_i) = M_y(x_i)$ i potrebne derivacije jesu:

Momenti savijanja $M_b(x_i)$ dijelova okvirnog nosača:	$\frac{\partial M_b(x_i)}{\partial M_H}$	$\frac{\partial M_b(x_i)}{\partial N}$
$M_b(x_1) = M_H$	1	0
$M_b(x_2) = M_H - N \cdot x_2$	1	$-x_2$
$M_b(x_3) = M_H - N \cdot a + F_A \cdot x_3 = M_H - N \cdot a + F \cdot x_3$	1	$-a$
$M_b(x_4) = M_H - N \cdot a - F_A \cdot \left(\frac{a}{2} + x_4 \right) - F \cdot x_4 = M_H - N \cdot a + F \cdot \frac{a}{2}$	1	$-a$

Moment savijanja $M_b(x_i) = M_y(x_i)$ uzet je pozitivan, ako on na strani dijela nosača označenom crtkanom linijom, slika b), izaziva rastezna (vlačna) naprezanja.

Uvrštavanjem izraza za momente savijanja $M_b(x_i)$ i pripadajućih derivacija iz tablice u izraze (4) i (5), sređivanjem slijedi:

$$(4) \rightarrow \int_0^a M_H \cdot 1 \cdot dx_1 + \int_0^a (M_H - N \cdot x_2) \cdot 1 \cdot dx_2 + \int_0^{a/2} (M_H - N \cdot a + F \cdot x_3) \cdot 1 \cdot dx_3 + \int_0^{a/2} \left(M_H - N \cdot a + \frac{F}{2} \cdot a \right) \cdot 1 \cdot dx_4 = 0.$$

Integriranjem i sređivanjem izraza te dijeljenjem s a , slijedi izraz (4'):

$$3M_H - \frac{3}{2}N \cdot a + \frac{3}{8}F \cdot a = 0 / :3 \rightarrow M_H = \frac{1}{2}N \cdot a - \frac{1}{8}F \cdot a. \dots (4')$$

$$(5) \rightarrow \int_0^a (M_H - N \cdot x_2) \cdot (-x_2) \cdot dx_2 + \int_0^{a/2} (M_H - N \cdot a + F \cdot x_3) \cdot (-a) \cdot dx_3 + \int_0^{a/2} \left(M_H - N \cdot a + \frac{3}{8}F \cdot a + \frac{F}{2} \cdot a \right) \cdot (-a) \cdot dx_4 = 0.$$

Integriranjem i sređivanjem izraza te dijeljenjem s a^2 , slijedi izraz (5'):

$$-\frac{3}{2}M_H + \frac{4}{3}N \cdot a - \frac{3}{8}F \cdot a = 0 \rightarrow (5').$$

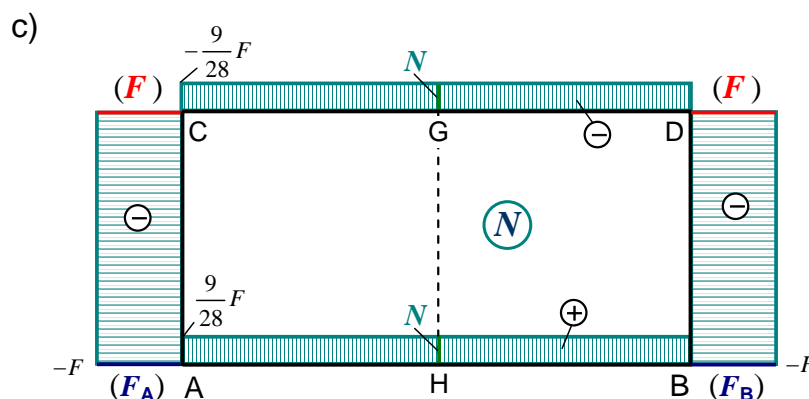
Rješavanjem sustava jednažbi (4') i (5') dobivaju se komponente unutarnjih sila u presjecima G i H okvirnog nosača:

$$\boxed{N = \frac{9}{28}F = N_G = N_H}, \quad \boxed{M_H = \frac{1}{28}F a}.$$

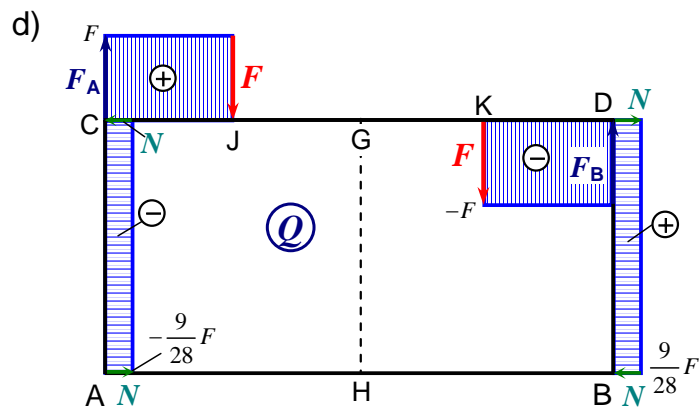
Moment savijanja M_G u presjeku G okvirnog nosača dobiva se iz izraza (3'):

$$M_G = M_H - N \cdot a + \frac{1}{2}F \cdot a = \frac{6}{28}F a \rightarrow \boxed{M_G = \frac{3}{14}F a}.$$

Dijagram unutarnjih uzdužnih sila duž konture zatvorenog okvirnog nosača:



Dijagram unutarnjih poprečnih sila duž konture zatvorenog okvirnog nosača:



Momenti savijanja u karakterističnim točkama zatvorenog okvirnog nosača jesu:

$$M_{bA} = M_{bB} = M_{bH} = \frac{1}{28} F a, \quad M_{bD} = M_{bC} = M_H - N \cdot a = -\frac{8}{28} F a = -\frac{2}{7} F a,$$

$$M_{bJ} = M_{bK} = M_{bG} = \frac{3}{14} F a.$$

Dijagram momenata savijanja duž konture zatvorenog okvirnog nosača:

