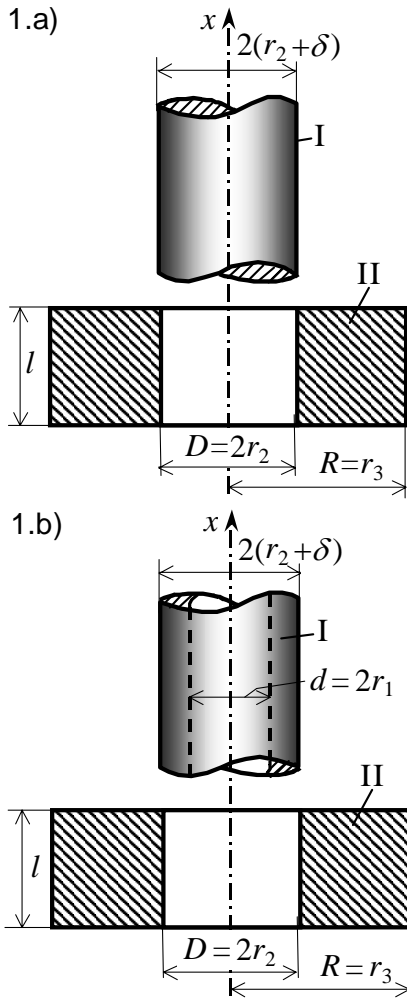


3. Primjer: Stezni spoj punog, odnosno šupljeg štap i debelog prstena

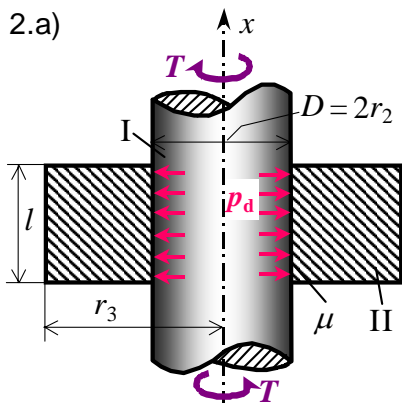


Slika 1. Spoj osovine i prstena

Rješenje:

a) Stezni spoj okruglog punog štap i debelog prstena

1. Komponente naprezanja u elementima steznog spoja



a) Okrugli puni štap i debeli prsten

$$(\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2} = p_d \cdot \frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} = 34,57 \cdot \frac{9^2 + 5^2}{9^2 - 5^2} = 65,43 \text{ MPa} ,$$

$$(\sigma_r^{\text{II}})_{r_3} = 0 , \quad (\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_3} = p_d \cdot \frac{2r^2}{R^2 - r^2} = 34,57 \cdot \frac{2 \cdot 5^2}{9^2 - 5^2} = 30,87 \text{ MPa} .$$

Okrugli puni štap (slika 1.a), odnosno šuplji štap (slika 1.b) izrađen od čelika (I) utisnut je s preklopom δ u čelični debeli prsten (II). Kod sastavljanja je štap imao preklop $\delta = 25 \mu\text{m}$ (stezni spoj H7/s7: za $d_N = 100 \text{ mm}$, $2\delta = -46 \dots -96 \mu\text{m}$). Nakon utiskivanja štap u prsten, na dodirnim površinama je faktor trenja $\mu = 0,15$ (slike 2.a i b).

Zadano:

$$d = 2r_1 = 60 \text{ mm} , \quad D = 2r_2 = 100 \text{ mm} , \quad R = r_3 = 90 \text{ mm} ,$$

$$l = 100 \text{ mm} ,$$

materijal štap i prstena je čelik Č.0545:

$$R_m = 470 \dots 610 \text{ MPa} , \quad R_{p0,2} = 285 \text{ MPa} , \quad E = 200 \text{ GPa} , \quad \nu = 0,3 .$$

Uz pretpostavku da je sila trenja ravnomjerno raspodijeljena na dodirnoj površini štap i prstena treba za primjere a) i b) odrediti:

1. komponente naprezanja u elementima steznog spoja
2. ekvivalentna naprezanja elemenata steznog spoja, prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja τ_{max} , odnosno prema energijskoj teoriji HMM čvrstoće
3. faktore sigurnosti elemenata steznog spoja na čvrstoću tečenja
4. minimalnu vrijednost zakretnog momenta T_{min} kod kojeg neće doći do proklizavanja štap u prstenu (slike 2.a i b).

Vrijednost dodirnog tlaka na mjestu steznog spoja okruglog punog štap i prstena ($r_1 = 0$, $r = r_2 = D/2$, $R = r_3$), slika 2.a), izrađenih od istog materijala, određuje se iz [izraza \(89\)](#):

$$p_d = \frac{\delta \cdot E}{D} \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2} = \frac{0,025 \cdot 9^2 - 5^2}{100} \cdot 2 \cdot 10^5 = 34,57 \text{ MPa} .$$

Komponente naprezanja u na površini punog štap:

$$(\sigma_r^{\text{I}})_r = (\sigma_{\varphi}^{\text{I}})_r = -p_d = -34,57 \text{ MPa} .$$

Komponente naprezanja u debelom prstenu jesu:

$$(\sigma_r^{\text{II}})_{r_2} = -p_d = -34,57 \text{ MPa} ,$$

2. Ekvivalentna naprezanja debelog prstena steznog spoja

- prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja τ_{\max} , [izraz \(84\)](#):

$$(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}})_{r_2} = (\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2} - (\sigma_r^{\text{II}})_{r_2} = 65,43 - (-34,57) = 100 \text{ MPa} = (\sigma_{\text{ekv}})_{\max} ,$$

- prema energijskoj teoriji HMH čvrstoće, [izraz \(85\)](#):

$$(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}})_{r_2} = \sqrt{(\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2}^2 + (\sigma_r^{\text{II}})_{r_2}^2 - (\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2} \cdot (\sigma_r^{\text{II}})_{r_2}} = \sqrt{65,43^2 + 34,57^2 - 65,43 \cdot (-34,57)} \cong 88 \text{ MPa} .$$

3. Faktor sigurnosti debelog prstena na čvrstoću tečenja

$$S_T = \frac{R_{p0,2}}{(\sigma_{\text{ekv}})_{\max}} = \frac{285}{100} = 2,85 > S_{T \min} = 1,5 \div 2, \text{ tj. čvrstoća zadovoljava.}$$

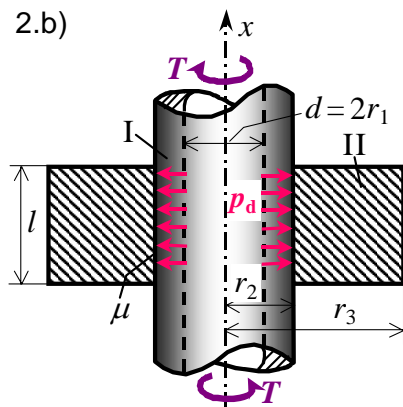
4. Minimalna vrijednost zakretnog momenta za proklizavanje štapa u prstenu

Zanemarujući nejednoliki tlak na dodirnoj površini, zakretni moment potreban za proklizavanje okruglog punog štapa u debelom prstenu (glavčini) jest:

$$T_{\min} = \mu \cdot p_d \cdot \pi \cdot D \cdot l \cdot r_2 = 0,15 \cdot 3,457 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 814,54 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 8145,4 \text{ N} \cdot \text{m} .$$

b) Stezni spoj okruglog šupljeg štapa i debelog prstena

1. Komponente naprezanja u elementima steznog spoja



Vrijednost dodirnog tlaka na mjestu steznog spoja okruglog šupljeg štapa i prstena ($r_1 = d/2$, $r_2 = D/2$, $R = r_3$), slika 2.b), izrađenih od istog materijala, određuje se iz [izraza \(100\)](#):

$$p_d = \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{E}{C_1 + C_2} = \frac{2\delta}{D} \cdot \frac{E}{\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \frac{4R^2 + D^2}{4R^2 - D^2}} ,$$

$$p_d = \frac{2 \cdot 0,025}{100} \cdot \frac{2 \cdot 10^5}{\frac{10^2 + 6^2}{10^2 - 6^2} + \frac{4 \cdot 9^2 + 10^2}{4 \cdot 9^2 - 10^2}} = 24,89 \text{ MPa} .$$

b) Okrugli šuplji štap i debeli prsten

Komponente naprezanja u okruglom šupljem štapu na duljini steznog spoja:

- radijalne komponente naprezanja ($r_1 = d/2$, $r_2 = D/2$) su:

$$(\sigma_r^{\text{I}})_{r=r_1} = 0, \quad (\sigma_r^{\text{I}})_{r=r_2} = -p_d = -24,89 \text{ MPa} ,$$

- cirkularne komponente naprezanja su:

$$(\sigma_{\varphi}^{\text{I}})_{r=r_1} = -p_d \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = -p_d \cdot \frac{2D^2}{D^2 - d^2} = -24,89 \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{10^2 - 6^2} = -77,78 \text{ MPa} ,$$

$$(\sigma_{\varphi}^{\text{I}})_{r=r_2} = -p_d \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = -p_d \cdot \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} = -24,89 \cdot \frac{10^2 + 6^2}{10^2 - 6^2} = -52,89 \text{ MPa} .$$

Komponente naprezanja u debelom prstenu (glavčini):

- radijalne komponente naprezanja ($r_2 = D/2$, $R = r_3$) su:

$$(\sigma_r^{\text{II}})_{r_2} = -p_d = -24,89 \text{ MPa} , \quad (\sigma_r^{\text{II}})_{r=r_3} = 0 ,$$

- cirkularne komponente naprezanja su:

$$(\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r=r_2} = p_d \cdot \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = p_d \cdot \frac{4R^2 + D^2}{4R^2 - D^2} = 24,89 \cdot \frac{4 \cdot 9^2 + 10^2}{4 \cdot 9^2 - 10^2} = 47,17 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_3} = p_d \cdot \frac{2r_2^2}{R^2 - r_2^2} = 24,89 \cdot \frac{2 \cdot 5^2}{9^2 - 5^2} = 22,22 \text{ MPa} .$$

2. Ekvivalentna naprezanja šupljeg štapa i debelog prstena steznog spoja

Najveće ekvivalentno naprezanje je na unutarnjoj površini šupljeg štapa ($r_1 = d/2$):

$$(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{I}})_{\text{max}} = |(\sigma_{\varphi})_{r=r_1}| = p_d \cdot \frac{2D^2}{D^2 - d^2} = 24,89 \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{10^2 - 6^2} = 77,78 \text{ MPa}$$

Najveće je ekvivalentno naprezanje prstena na površini steznog spoja:

- prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja τ_{max} , [izraz \(96\)](#):

$$(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}})_{r_2} = (\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2} - (\sigma_r^{\text{II}})_{r_2} = 47,17 - (-24,89) = 72,06 \text{ MPa} = (\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}})_{\text{max}} ,$$

- prema energijskoj teoriji HMH čvrstoće:

$$(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}})_{r_2} = \sqrt{(\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2}^2 + (\sigma_r^{\text{II}})_{r_2}^2 - (\sigma_{\varphi}^{\text{II}})_{r_2} \cdot (\sigma_r^{\text{II}})_{r_2}} = \sqrt{47,17^2 + 24,89^2 - 47,17 \cdot (-24,89)} \cong 63,4 \text{ MPa} .$$

3. Faktori sigurnosti na čvrstoću tečenja

- za okrugli šuplji štap:

$$S_T = \frac{R_{p0,2}}{(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{I}})_{\text{max}}} = \frac{285}{77,78} = 3,66 > S_{T \text{ min}} = 1,5 \div 2, \text{ tj. čvrstoća štapa zadovoljava.}$$

- za debeli prsten:

$$S_T = \frac{R_{p0,2}}{(\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}})_{\text{max}}} = \frac{285}{72,06} = 4,0 > S_{T \text{ min}} = 1,5 \div 2, \text{ tj. čvrstoća prstena zadovoljava.}$$

4. Minimalna vrijednost zakretnog momenta za proklizavanje štapa u prstenu

Zanemarujući nejednoliki tlak na dodirnoj površini, zakretni moment potreban za proklizavanje okruglog šupljeg štapa u debelom prstenu (glavčini) jest:

$$T_{\text{min}} = \mu \cdot p_d \cdot \pi \cdot D \cdot l \cdot r_2 = 0,15 \cdot 2,489 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 586,46 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 5864,6 \text{ N} \cdot \text{m}.$$