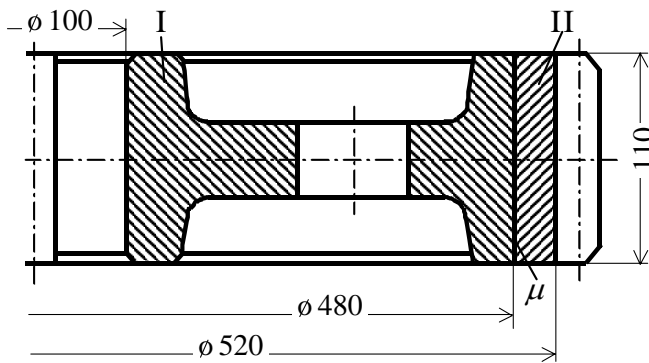


1. Primjer: Sastavljeni zupčanik od različitih materijala

Sastavljeni zupčanik sastoji se od središnjeg kotača (I) polumjera r_1 i r_2 , izrađenog od nodularnog lijeva, te čeličnog nazubljenog vijenca (II) polumjera r_2 i r_3 , (slika 1). Kod sastavljanja zupčanika preklop između sastavnih dijelova bio je δ . Nakon sastavljanja zupčanik je opterećen zakretnim momentom T .

Treba odrediti:

1. minimalnu vrijednost zakretnog momenta T_{\min} koji može prenijeti zupčanik kod minimalnog preklopa $\delta_{\min} = 0,23$ mm, uz pretpostavku da je sila trenja ravnomjerno raspodijeljena na dodirnoj površini a faktor trenja između dodirnih površina je $\mu = 0,14$
2. vrijednosti radijalnih i cirkularnih naprezanja σ_r i σ_φ za središnji kotač (I) i nazubljeni vijenac (II) kod preklopa δ (stezni spoj H8/u8: za $d_N = 450..500$ mm, $2\delta = -443...-637$ μm)
3. faktore sigurnosti na čvrstoću sastavnih elemenata zupčanika
4. vrijednosti radijalnih pomaka točaka površina čeličnog nazubljenog vijenca (II).



Slika 1. Sastavljeni zupčanik

Zadano (uz slika 2):

$$r_1 = 50 \text{ mm}, \quad r_2 = 240 \text{ mm}, \quad r_3 = 260 \text{ mm},$$

$$l = 110 \text{ mm}, \quad \delta = 0,315 \text{ mm}, \quad p_1 = 700 \text{ bar},$$

središnji kotač (I), nodularni ljev (NL 380):

$$R_m = 380 \text{ MPa}, \quad R_{p0,2} = 240 \text{ MPa},$$

$$E_1 = 120 \text{ GPa}, \quad \nu_1 = 0,26,$$

nazubljeni vijenac (II), čelik (Č 4130):

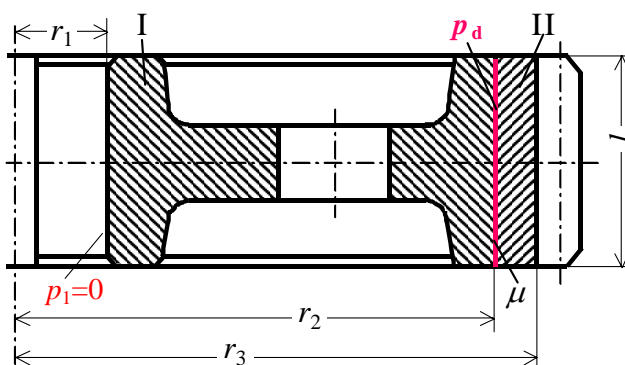
$$R_m = 800 \text{ MPa}, \quad R_{p0,2} = 590 \text{ MPa},$$

$$E_2 = 200 \text{ GPa}, \quad \nu_2 = 0,3.$$

Rješenje:

1. Minimalna vrijednost zakretnog momenta koji može prenijeti zupčanik

Dodirni tlak p_d na mjestu steznog spoja tj. sastava elemenata (I) i (II) zupčanika, (slika 2), kod poznatog preklopa δ , može se (uz $p_1 = 0$) odrediti pomoću [izraza \(81\)](#).



Slika 2. Sastavni dijelovi zupčanika

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti, dobiva se vrijednost tlaka $(p_d)_{\min}$ na mjestu dodira:

$$(p_d)_{\min} = \frac{\delta_{\min}}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}} = \frac{0,23}{240} \cdot \frac{1}{\frac{0,830744}{120 \cdot 10^3} + \frac{12,82}{200 \cdot 10^3}},$$

$$(p_d)_{\min} = 13,5 \text{ MPa},$$

gdje su konstante sastavnih elemenata zupčanika C_1 i C_2 određene [izrazima \(80\)](#):

$$C_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 = \frac{24^2 + 5^2}{24^2 - 5^2} - 0,26 = 0,830744, \quad C_2 = \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 = \frac{26^2 + 24^2}{26^2 - 24^2} + 0,3 = 12,82.$$

Slijedi minimalna vrijednost zakretnog momenta koji može prenijeti zupčanik:

$$T_{\min} = \mu \cdot (p_d)_{\min} \cdot 2\pi r_2 \cdot l \cdot r_2 = 2 \cdot 0,14 \cdot 13,5 \cdot \pi \cdot 11 \cdot 24^2 = 7520 \text{ kN}\cdot\text{cm} = 75,2 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

2. Vrijednosti radijalnih i cirkularnih napreznja u sastavnim elementima zupčanika kod zadanog preklopa

Prema [izrazu \(81\)](#) tlak p_d na dodirnim površinama steznog spoja, tj. sastava elementa (I) i (II) zupčanika, (slika 1), kod poznatog preklopa δ , jest:

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}} = \frac{0,315}{240} \cdot \frac{1}{\frac{0,830744}{120 \cdot 10^3} + \frac{12,82}{200 \cdot 10^3}} = 18,48 \text{ MPa} .$$

Vrijednosti radijalnih σ_r i cirkularnih napreznja σ_φ u presjecima sastavnih elemenata zupčanika, nakon spajanja određuju se prema [izrazima \(59a\)](#) za središnji kotač (I) te prema [izrazima \(59b\)](#) za nazubljeni vijenac (II), (uz unutarnji tlak $p_1=0$):

- unutarnji središnji kotač (I):

$$(\sigma_r^I)_{r=r_1} = 0, \quad (\sigma_r^I)_{r=r_2} = -p_d = -18,48 \text{ MPa} ,$$

$$(\sigma_\varphi^I)_{r=r_1} = -p_d \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = -18,48 \cdot \frac{2 \cdot 24^2}{24^2 - 5^2} = -38,64 \text{ MPa} ,$$

$$(\sigma_\varphi^I)_{r=r_2} = -p_d \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = -18,48 \cdot \frac{24^2 + 5^2}{24^2 - 5^2} = -20,16 \text{ MPa} ,$$

- vanjski nazubljeni vijenac (II):

$$(\sigma_r^{II})_{r=r_2} = -p_d = -18,48 \text{ MPa} , \quad (\sigma_r^{II})_{r=r_3} = 0 ,$$

$$(\sigma_\varphi^{II})_{r=r_2} = p_d \cdot \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = 18,48 \cdot \frac{26^2 + 24^2}{26^2 - 24^2} = 231,37 \text{ MPa} ,$$

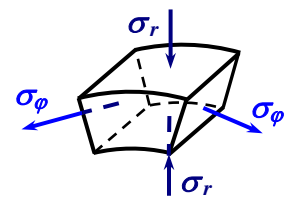
$$(\sigma_\varphi^{II})_{r=r_3} = p_d \cdot \frac{2r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = 18,48 \cdot \frac{2 \cdot 24^2}{26^2 - 24^2} \cong 212,89 \text{ MPa} .$$

3. Faktori sigurnosti na čvrstoću sastavnih elemenata zupčanika

Najveća su napreznja u točkama unutarnjih površina sastavnih elemenata (I) i (II) zupčanika, gdje vlada dvoosno stanje napreznja, a iznosi glavnih napreznja su, (na slici za element II):

$$(I): \quad \sigma_1 = (\sigma_r^I)_{r=r_1} = 0, \quad \sigma_3 = (\sigma_\varphi^I)_{r=r_1} = -38,64 \text{ MPa} ,$$

$$(II): \quad \sigma_1 = (\sigma_\varphi^{II})_{r=r_2} = 231,37 \text{ MPa} , \quad \sigma_3 = (\sigma_r^{II})_{r=r_2} = -18,48 \text{ MPa} .$$



Maksimalno ekvivalentno napreznje prema teoriji najvećeg posmičnog napreznja τ_{\max} u tim točkama sastavnih elemenata zupčanika jest:

$$(I): \quad \sigma_{\text{ekv}}^I = \sigma_1 - \sigma_3 = 0 - (-38,64) = 38,64 \text{ MPa} ,$$

$$(II): \quad \sigma_{\text{ekv}}^{II} = \sigma_1 - \sigma_3 = 231,37 - (-18,48) \cong 250 \text{ MPa} .$$

Faktori sigurnosti sastavnih elemenata nakon sastavljanja zupčanika su:

- za unutarnji središnji kotač (I), od nodularnog lijeva:

$$\text{na rasteznu čvrstoću: } S_m^I = \frac{R_m^I}{\sigma_{\text{ekv}}^I} = \frac{380}{38,64} = 9,83, \quad \text{na tečenje: } S_T^I = \frac{R_{p0,2}^I}{\sigma_{\text{ekv}}^I} = \frac{240}{38,64} = 6,21,$$

- za vanjski nazubljeni vijenac (I I), od čelika:

$$\text{na rasteznu čvrstoću: } S_m^{\text{II}} = \frac{R_m^{\text{II}}}{\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}}} = \frac{800}{250} = 3,20 ,$$

$$\text{na tečenje: } S_T^{\text{II}} = \frac{R_{p0,2}^{\text{II}}}{\sigma_{\text{ekv}}^{\text{II}}} = \frac{590}{250} = 2,36 .$$

Čvrstoća sastavnih elemenata zupčanika zadovoljava, jer je prema propisima: $S_{\text{min}} = 1,5$.

4. Vrijednosti radijalnih pomaka točaka površina čeličnog nazubljenog vijenca

Radijalni su pomaci na unutarnjoj i vanjskoj površini čeličnog nazubljenog vijenca, tj. povećanja polumjera r_2 i r_3 nakon sastavljanja zupčanika, prema [izrazima \(79c, 79d\)](#):

$$(u^{\text{II}})_{r=r_2} = \frac{p_d \cdot r_2}{E_2} \cdot \left(\frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 \right) = \frac{18,48 \cdot 240}{2 \cdot 10^5} \cdot \left[\frac{26^2 + 24^2}{26^2 - 24^2} + 0,3 \right] = 0,284 \text{ mm} ,$$

$$(u^{\text{II}})_{r=r_3} = \frac{p_d \cdot r_3}{E_2} \cdot \frac{2r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = \frac{18,48 \cdot 260}{2 \cdot 10^5} \cdot \frac{2 \cdot 24^2}{26^2 - 24^2} = 0,277 \text{ mm} .$$