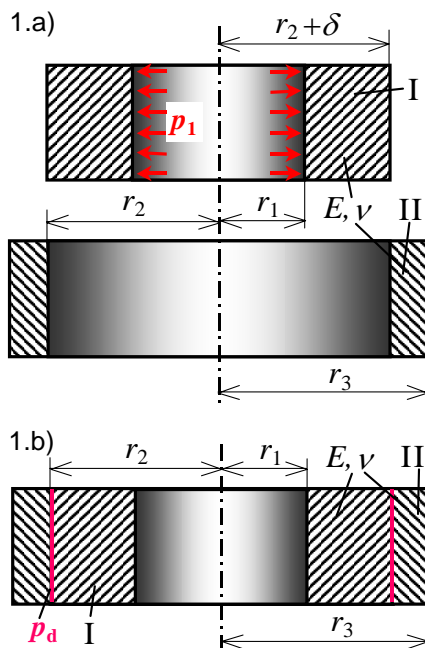


5. Seminarski zadatak: Sastavljena debela cijev opterećena unutarnjim tlakom

Sastavljena debela cijev izrađena od sivog lijeva sastoji se od unutarnje cijevi (I) polumjera r_1 i r_2 te vanjske cijevi (II) polumjera r_2 i r_3 , slika 1.a). Kod sastavljanja cijevi preklop između cijevi bio je δ . Nakon sastavljanja cijev je opterećena jednolikim unutarnjim tlakom p_1 .

Treba odrediti:

1. dodirni tlak p_d kod poznatog preklopa δ kod sastavljanja cijevi, slika 1.b)
2. vrijednosti radijalnih i cirkularnih naprezanja σ_r i σ_φ za cijev od jednog dijela, polumjera r_1 i r_3 te opterećenu unutarnjim tlakom p_1 , slika 1.c)
3. za sastavljenu cijev opterećenu unutarnjim tlakom p_1 vrijednosti radijalnih i cirkularnih naprezanja σ_r i σ_φ za unutarnju (I) i vanjsku cijev (II), uz skice raspodjele naprezanja po presjeku cijevi
4. faktore sigurnosti na čvrstoću sastavnih cijevi
5. iznose pomaka točaka površina sastavnih cijevi, tj. povećanja polumjera cijevi.



Zadano:

$$r_1 = 45 \text{ mm}, r_2 = 2r_1 = 90 \text{ mm}, r_3 = r_1\sqrt{6} \cong 110,23 \text{ mm},$$

$$\delta = 0,045 \text{ mm}, p_1 = 700 \text{ bar},$$

materijal cijevi, nodularni lijev (NL 380):

$$R_m = 380 \text{ MPa}, R_{p0,2} = 240 \text{ MPa}, E_1 = 110 \text{ GPa}, \nu_1 = 0,26.$$

Rješenje:

1. Dodirni tlak p_d kod poznatog preklopa δ može se odrediti iz uvjeta radijalnih pomaka sastavnih cijevi na površini dodira cijevi $r = r_2$, (slika 1.b):

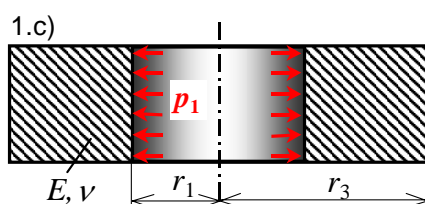
$$(u^{\text{II}})_{r=r_2} = (u^{\text{I}})_{r=r_2} + \delta.$$

Slijedi [izraz \(58\)](#) za izračunavanje tlaka p_d na mjestu dodira kod poznatog preklopa δ , nakon prisilnog sastavljanja cijevi (I) i (II). Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobiva se vrijednost tlaka p_d na mjestu dodira:

$$p_d = \frac{\delta \cdot E}{2r_2} \cdot \frac{(r_3^2 - r_2^2) \cdot (r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2 \cdot (r_3^2 - r_1^2)} = \frac{\delta \cdot E}{2 \cdot 2r_1} \cdot \frac{(6-4) \cdot (4-1)}{4 \cdot (6-1)} = \frac{3}{40} \cdot \frac{\delta \cdot E}{r_1},$$

$$p_d = \frac{3}{40} \cdot \frac{\delta \cdot E}{r_1} = \frac{3}{40} \cdot \frac{0,045 \cdot 1,1 \cdot 10^5}{45} = 8,25 \text{ MPa}.$$

2. Vrijednosti radijalnih i cirkularnih naprezanja σ_r i σ_φ za cijev od jednog dijela, (slika 1.c), polumjera r_1 i r_3 te opterećenu unutarnjim tlakom p_1 , mogu se odrediti prema [izrazima \(60a\) i \(60b\)](#), (prikaz raspodjele naprezanja na slici 2):



$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1 = -70 \text{ MPa}, (\sigma_r)_{r=r_3} = 0,$$

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = p_1 \cdot \frac{r_1^2}{r_3^2 - r_1^2} \cdot \left[1 - \frac{r_3^2}{r_2^2} \right] = 70 \cdot \frac{1}{6-1} \left(1 - \frac{6}{4} \right) = -7 \text{ MPa},$$

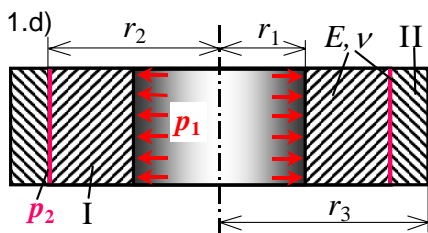
$$(\sigma_{\varphi})_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{r_3^2 + r_1^2}{r_3^2 - r_1^2} = p_1 \cdot \frac{6+1}{6-1} = \frac{7}{5} p_1 = \frac{7}{5} \cdot 70 = 98 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_{\varphi})_{r=r_2} = p_1 \cdot \frac{r_1^2}{r_3^2 - r_1^2} \cdot \left[1 + \frac{r_3^2}{r_2^2} \right] = p_1 \cdot \frac{1}{6-1} \cdot \left(1 + \frac{6}{4} \right) = \frac{1}{2} p_1 = \frac{1}{2} \cdot 70 = 35 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_{\varphi})_{r=r_3} = p_1 \cdot \frac{2r_1^2}{r_3^2 - r_1^2} = p_1 \cdot \frac{2 \cdot 1}{6-1} = \frac{2}{5} p_1 = \frac{2}{5} \cdot 70 = 28 \text{ MPa}.$$

3. Vrijednosti radijalnih i cirkularnih napreznja σ_r i σ_{φ} za sastavljenu cijev opterećenu unutarnjim tlakom p_1 , (slika 1.d)

Prema [izrazu \(62\)](#) tlak p_2 na dodirnim površinama sastavnih cijevi (I) i (II), kod opterećenja sastavljene cijevi unutarnjim tlakom p_1 , (slika 1.d), jest:



$$p_2 = |(\sigma_r)_{r=r_2}| = p_d - p_1 \cdot \frac{r_1^2}{r_3^2 - r_1^2} \cdot \left[1 - \frac{r_3^2}{r_2^2} \right],$$

$$p_2 = 8,25 - 70 \cdot \frac{1}{6-1} \cdot \left(1 - \frac{6}{4} \right) = 8,25 - 70 \cdot \left(-\frac{1}{10} \right) = 15,25 \text{ MPa}.$$

Vrijednosti radijalnih σ_r i cirkularnih napreznja σ_{φ} u presjecima sastavnih cijevi određuju se prema [izrazima \(63a, b\)](#) za unutarnju cijev (I), te prema [izrazima \(63a, c\)](#) za vanjsku cijev (II), a na slici 2) dana je raspodjela napreznja u presjecima cijevi kod opterećenja sastavljene cijevi unutarnjim tlakom p_1 :

- unutarnja cijev (I):

$$(\sigma_r^I)_{r=r_1} = -p_1 = -70 \text{ MPa}, \quad (\sigma_r^I)_{r=r_2} = -p_2 = -15,25 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_{\varphi}^I)_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = 70 \cdot \frac{4+1}{4-1} - 15,25 \cdot \frac{2 \cdot 4}{4-1} = 76 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_{\varphi}^I)_{r=r_2} = p_1 \cdot \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 70 \cdot \frac{2 \cdot 1}{4-1} - 15,25 \cdot \frac{4+1}{4-1} = 21,25 \text{ MPa},$$

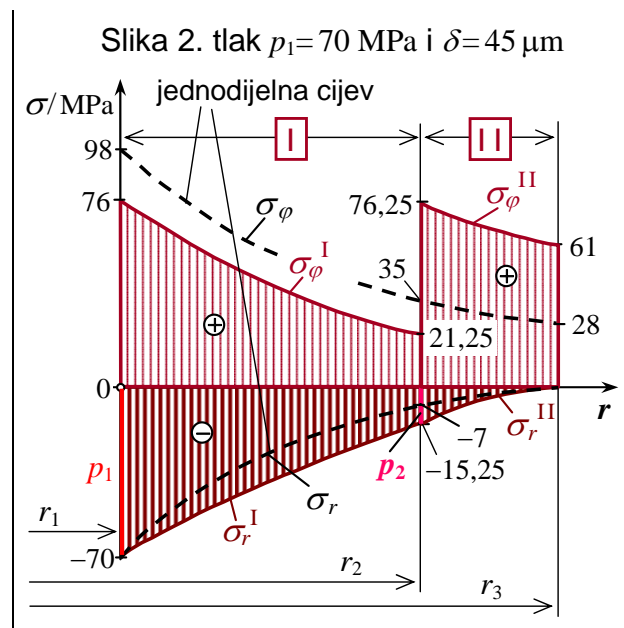
- vanjska cijev (II):

$$(\sigma_r^{II})_{r=r_2} = -p_2 = -15,25 \text{ MPa}, \quad (\sigma_r^{II})_{r=r_3} = 0,$$

$$(\sigma_{\varphi}^{II})_{r=r_2} = p_2 \cdot \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = 15,25 \cdot \frac{6+4}{6-4} = 76,25 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_{\varphi}^{II})_{r=r_3} = p_2 \cdot \frac{2r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = 15,25 \cdot \frac{2 \cdot 4}{6-4} = 61 \text{ MPa}.$$

Vidi se, da su se u sastavljenoj debeloj cijevi vrijednosti cirkularnih napreznja smanjile u unutarnjoj cijevi (I), ali su se znatno povećale u vanjskoj cijevi (II) u odnosu na vrijednosti cirkularnih napreznja u cijevi iz jednog dijela, kod jednakog unutarnjeg tlaka p_1 u cijevi.

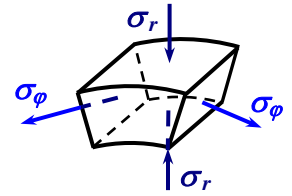


4. Faktori sigurnosti sastavnih cijevi

Najveća su naprezanja u točkama unutarnjih površina debelih cijevi (I) i (II), gdje vlada dvoosno stanje naprezanja, a iznosi glavnih naprezanja su (na slici elementa):

$$(I): \quad \sigma_1 = (\sigma_\varphi^I)_{r=r_1} = 76 \text{ MPa}, \quad \sigma_3 = (\sigma_r^I)_{r=r_1} = -70 \text{ MPa},$$

$$(II): \quad \sigma_1 = (\sigma_\varphi^{II})_{r=r_2} = 76,25 \text{ MPa}, \quad \sigma_3 = (\sigma_r^{II})_{r=r_2} = -15,25 \text{ MPa}.$$



Maksimalno ekvivalentno naprezanje prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja τ_{\max} u tim točkama sastavnih cijevi jest:

$$(I): \quad \sigma_{\text{ekv}}^I = \sigma_1 - \sigma_3 = 76 - (-70) = 146 \text{ MPa},$$

$$(II): \quad \sigma_{\text{ekv}}^{II} = \sigma_1 - \sigma_3 = 76,25 - (-15,25) = 91,5 \text{ MPa}.$$

$$\text{Slijedi: } (\sigma_{\text{ekv}})_{\max} = (\sigma_{\text{ekv}}^I)_{\max} = 146 \text{ MPa}.$$

Faktori sigurnosti sastavljene cijevi su:

$$\text{na rasteznu čvrstoću: } S_m = \frac{R_m}{(\sigma_{\text{ekv}})_{\max}} = \frac{380}{146} = 2,6,$$

$$\text{na tečenje: } S_T = \frac{R_{p0,2}}{(\sigma_{\text{ekv}})_{\max}} = \frac{240}{146} = 1,64.$$

Čvrstoća obje sastavne cijevi zadovoljava, jer je prema propisima: $S_{\min} = 1,5$.

5. Iznosi radijalnih pomaka točaka površina sastavnih cijevi

Radialni pomaci na unutarnjoj, dodirnoj i vanjskoj površini sastavljene cijevi, tj. povećanja polumjera sastavnih cijevi kod opterećenja cijevi unutarnjim tlakom p_1 su:

- za unutarnju cijev (I) prema [izrazima \(64a, 64b\)](#):

$$(u^I)_{r=r_1} = \frac{p_1 \cdot r_1}{E} \cdot \left(\frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} + \nu \right) - \frac{p_2 \cdot 2r_1}{E} \cdot \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{45}{1,1 \cdot 10^5} \cdot \left[70 \cdot \left(\frac{4+1}{4-1} + 0,26 \right) - 15,25 \cdot \frac{2 \cdot 4}{4-1} \right],$$

$$(u^I)_{r=r_1} = 0,0385 \text{ mm},$$

$$(u^I)_{r=r_2} = \frac{p_1 \cdot r_1^2 \cdot 2r_2}{E \cdot (r_2^2 - r_1^2)} - \frac{p_2 \cdot r_2}{E} \cdot \left(\frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu \right) = \frac{90}{1,1 \cdot 10^5} \cdot \left[70 \cdot \frac{2 \cdot 1}{4-1} - 15,25 \cdot \left(\frac{4+1}{4-1} - 0,26 \right) \right],$$

$$(u^I)_{r=r_2} = 0,0206 \text{ mm},$$

- za vanjsku cijev (II) prema [izrazima \(64c, 64d\)](#):

$$(u^{II})_{r=r_2} = \frac{p_2 \cdot r_2}{E} \cdot \left(\frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu \right) = \frac{15,25 \cdot 90}{1,1 \cdot 10^5} \cdot \left[\frac{6+4}{6-4} + 0,26 \right] = 0,0656 \text{ mm},$$

tj. vrijedi: $(u^{II})_{r=r_2} = (u^I)_{r=r_2} + \delta = 0,0206 + 0,045 = 0,0656 \text{ mm},$

$$(u^{II})_{r=r_3} = \frac{p_2 \cdot 2r_3}{E} \cdot \frac{r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} = \frac{15,25 \cdot 2 \cdot 45\sqrt{6}}{1,1 \cdot 10^5} \cdot \frac{4}{6-4} = 0,061 \text{ mm}.$$