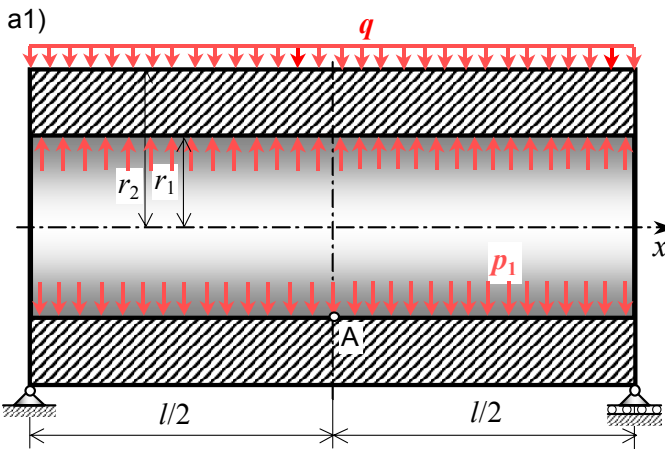


6. Primjer: Otvorena debela cijev opterećena unutarnjim tlakom i na savijanje

Čelična otvorena debela cijev istodobno je opterećena unutarnjim tlakom $p_1 = 700$ bar i na savijanje kontinuiranim opterećenjem (od vlastite težine cijevi i dodatnog vanjskog opterećenja) $q \cdot l^2 = 6 \pi r_1^3 \cdot p_1$, (slike a1 i a2).



Treba odrediti:

- radijalne i cirkularne komponente naprezanja na unutarnjoj i vanjskoj površini debele cijevi, uz grafički prikaz
- glavna naprezanja u točki A cijevi, uz skicu Mohrove kružnice naprezanja
- dopuštenu vrijednost tlaka primjenom teorije čvrstoće τ_{\max}
- radijalne pomake točaka unutarnje i vanjske površine debele cijevi.

Zadano: $E = 200$ GPa, $\nu = 0,3$,

$$r_1 = 50 \text{ mm}, r_2 = r_1 \sqrt{3}, \sigma_{\text{dop}} = 270 \text{ MPa}.$$

a) Naprezanja u cijevi od unutarnjeg tlaka p_1

Prema [izrazima \(35\)](#), vrijednosti su naprezanja na unutarnjoj površini otvorene debele cijevi, tj. za $r = r_1$ (slika b), a uzdužno naprezanje je $\sigma_x = 0$:

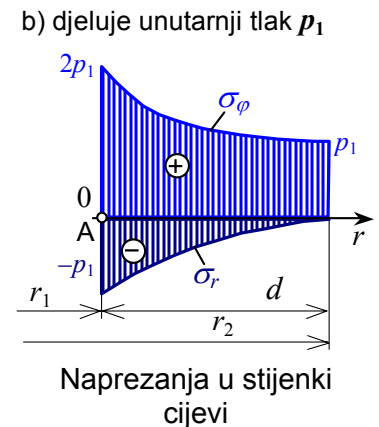
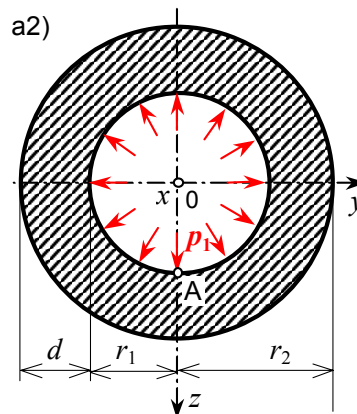
$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1 = -70 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_\varphi)_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 2 p_1 = 140 \text{ MPa}.$$

Na vanjskoj površini cijevi, $r = r_2$, vrijednosti naprezanja su:

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = 0,$$

$$(\sigma_\varphi)_{r=r_2} = \frac{2 p_1 \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = p_1 = 70 \text{ MPa}.$$



b) Normalna naprezanja od savijanja u poprečnom presjeku cijevi

Drugi aksijalni moment površine presjeka cijevi, slika a2, jest:

$$I_y = \frac{r_2^4 \cdot \pi}{4} - \frac{r_1^4 \cdot \pi}{4} = 2 \pi \cdot r_1^4 = 2 \cdot \pi \cdot 5^4 = 3927 \text{ cm}^4.$$

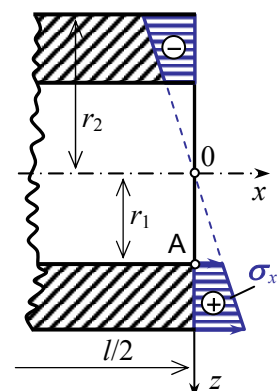
Moment savijanja u presjeku cijevi $x = l/2$, slika a1):

$$(M_b)_{x=l/2} = M_{bA} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{6 \pi r_1^3 \cdot p_1}{8} = \frac{3 \pi}{4} \cdot r_1^3 \cdot p_1.$$

Normalno naprezanje od savijanja je u poprečnom presjeku cijevi $x = l/2$:

$$\sigma_x(z) = \frac{M_{bA}}{I_y} \cdot z = \frac{\frac{3 \pi}{4} \cdot r_1^3 \cdot p_1}{2 \pi \cdot r_1^4} \cdot z = \frac{3}{8} \cdot \frac{p_1}{r_1} \cdot z,$$

c) Naprezanja od savijanja



$$\text{za } z = r_1: (\sigma_x)_A = \frac{M_{bA}}{I_y} \cdot r_1 = \frac{3}{8} \cdot p_1 = \frac{3}{8} \cdot 70 = 26,25 \text{ MPa},$$

$$\text{za } z = r_2: (\sigma_x)_{\max} = \frac{M_{bA}}{I_y} \cdot r_2 = \frac{3}{8} \cdot \frac{p_1}{r_1} \cdot r_2 = \frac{3}{8} \cdot \sqrt{3} \cdot 70 = 45,46 \text{ MPa}.$$

Grafički prikaz raspodjele naprezanja $\sigma_x(z)$ u poprečnom presjeku dan je na slici c).

Iznos momenta savijanja koji djeluje na debelu cijev u presjeku cijevi $x = l/2$ jest:

$$(M_b)_{x=l/2} = M_{bA} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{3\pi}{4} \cdot r_1^3 \cdot p_1 = \frac{3\pi}{4} \cdot 5^3 \cdot 7 = 2061,6 \text{ kN}\cdot\text{cm} = 20616 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

Iznos kontinuiranog opterećenja koje djeluje na debelu cijev jest:

$$q = 6\pi \cdot p_1 \cdot \frac{r_1^3}{l^2} = 6 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \frac{5^3}{800^2} = 257,7 \times 10^{-4} \text{ kN/cm} = 2,577 \text{ kN/m}.$$

c) Glavna naprezanja u točki A poprečnog presjeka debele cijevi

U točki A debele cijevi, tj. za $r = r_1$ djeluju naprezanja, slika d):

$$(\sigma_r)_A = -p_1 = -70 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_\varphi)_A = 2 p_1 = 140 \text{ MPa},$$

$$(\sigma_x)_A = \frac{3}{8} p_1 = 26,25 \text{ MPa}.$$

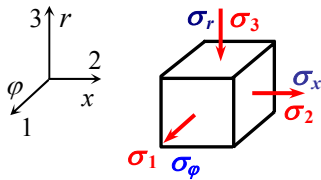
U točki A unutarne površine cilindra vlada troosno stanje naprezanja, a iznosi glavnih naprezanja su, uz grafički prikaz pomoću Mohrove kružnice naprezanja (slika e):

$$\sigma_1 = (\sigma_\varphi)_A = 2 p_1 = 140 \text{ MPa},$$

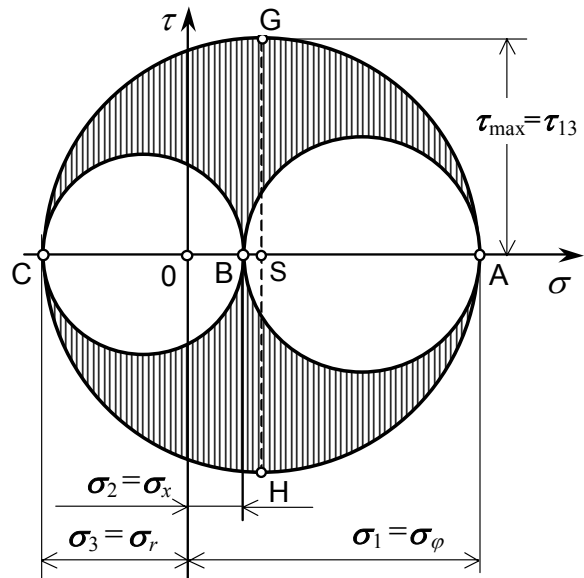
$$\sigma_2 = (\sigma_x)_A = \frac{3}{8} p_1 = 26,25 \text{ MPa},$$

$$\sigma_3 = (\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1 = -60 \text{ MPa}.$$

d) Naprezanja elementa A debele cijevi



e) Mohrova kružnica naprezanja za element A



Ekvivalentno naprezanje je prema teoriji najvećeg posmičnog naprezanja τ_{\max} :

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 3 p_1 = 210 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.$$

Dopušteni unutarnji tlak u debelej cijevi jest:

$$p_{1\text{dop}} = \frac{\sigma_{\text{dop}}}{3} = \frac{270}{3} = 90 \text{ MPa} > p_1 = 70 \text{ MPa}.$$

Ekvivalentno naprezanje je prema energijskoj teoriji HMM jest:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ekv}} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(140 - 26,25)^2 + (26,25 - (-70))^2 + (-70 - 140)^2]} \cong 182 \text{ MPa} < \sigma_{\text{dop}}.\end{aligned}$$

d) Faktor sigurnosti otvorene debele cijevi kod zadanog opterećenja (slika a) jest:

$$s = \frac{\sigma_{\text{dop}}}{(\sigma_{\text{ekv}})_{\text{max}}} = \frac{270}{210} \cong 1,3.$$

e) Radijalni pomaci točaka na unutarnjoj i vanjskoj površini otvorene cijevi su:

$$(u)_{r=r_1} = \frac{p_1 \cdot r_1}{E} \cdot \left(\frac{r_1^2 + r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \nu \right) = \frac{70 \cdot 50}{2 \cdot 10^5} \cdot \left(\frac{r_1^2 + 3r_1^2}{3r_1^2 - r_1^2} + 0,3 \right) = 0,04 \text{ mm},$$

$$(u)_{r=r_2} = \frac{2p_1 \cdot r_1^2 \cdot r_2}{E \cdot (r_2^2 - r_1^2)} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 50 \sqrt{3}}{2 \cdot 10^5} \cdot \frac{r_1^2}{3r_1^2 - r_1^2} = 0,03 \text{ mm}.$$