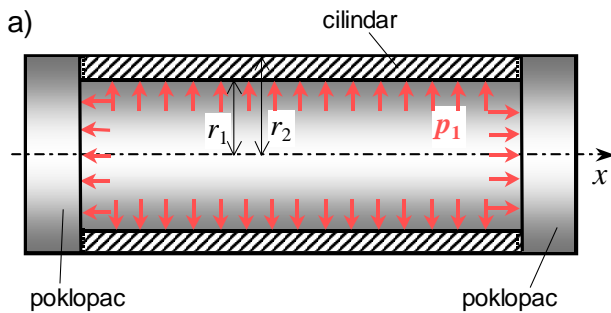


1. Primjer: Debelostjena posuda opterećena unutarnjim tlakom p_1



Za čeličnu zatvorenu debelostjenu posudu prema slici a), opterećenu unutarnjim tlakom $p_1 = 500$ bar, treba:

- odrediti iznos vanjskog polumjera r_2 cilindra kod minimalnog faktora sigurnosti s_{\min}
- radijalne i cirkularne komponente naprezanja na unutarnjoj i vanjskoj površini cilindra, uz grafičke prikaze raspodjele
- radijalne pomake točaka unutarnje i vanjske površine cilindra posude.

Zadano: $r_1 = 50$ mm, $R_e = 500$ MPa, $s_{\min} = 2$.

a) Vrijednost dopuštenog naprezanja materijala cilindra jest:

$$\sigma_{\text{dop}} = \frac{R_e}{s_{\min}} = \frac{500}{2} = 250 \text{ MPa}.$$

Prema izrazima (35a), najveće su vrijednosti naprezanja na unutarnjoj površini cilindra debelostjene posude, tj. za $r = r_1$ (slika b), te uz oznaku ($k = r_1/r_2$) slijede izrazi:

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1, \quad (\sigma_\varphi)_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = p_1 \cdot \frac{1+k^2}{1-k^2}, \quad \sigma_x = \frac{p_1 \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = p_1 \cdot \frac{k^2}{1-k^2}, \quad (\text{a})$$

U točkama unutarnje površine cilindra posude vlada troosno stanje naprezanja, a iznosi glavnih naprezanja su:

$$\sigma_\varphi = \sigma_1, \quad \sigma_x = \sigma_2, \quad \sigma_r = \sigma_3. \quad (\text{b})$$

Ekvivalentno naprezanje je prema **teoriji najvećeg posmičnog naprezanja** (σ_{\max}):

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_\varphi - \sigma_r)_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{1+k^2}{1-k^2} - (-p_1) = p_1 \cdot \left(\frac{1+k^2}{1-k^2} + 1 \right) = \frac{2p_1}{1-k^2} \leq \sigma_{\text{dop}}. \quad (\text{c})$$

Prema izrazu (c), omjer $k = r_1/r_2$ polumjera cilindra jest:

$$\frac{2p_1}{1-k^2} \leq \sigma_{\text{dop}} \Rightarrow k \geq \sqrt{1 - \frac{2p_1}{\sigma_{\text{dop}}}}.$$

Numerička vrijednost omjera k polumjera cilindra, za zadane vrijednosti jest:

$$k \geq \sqrt{1 - \frac{2p_1}{\sigma_{\text{dop}}}} = \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 50}{250}} = \sqrt{1 - 0,4} = \sqrt{0,6} \cong 0,7746.$$

Potrebna vrijednost vanjskog polumjera cilindra jest:

$$k = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow r_2 \geq \frac{r_1}{k} = \frac{50}{\sqrt{0,6}} \cong 64,55 \text{ mm}.$$

Usvaja se vrijednost vanjskog polumjera cilindra: $r_2 = 65$ mm.

Kontrola uvjeta za debelostjenu posudu ($d > d_{\min} = 0,1 \cdot r_s$), slika b):

- debljina je stijenke cilindra: $d = r_2 - r_1 = 65 - 50 = 15$ mm,

- srednji je polumjer cilindra: $r_s = \frac{r_2 + r_1}{2} = \frac{65 + 50}{2} = 57,5$ mm,

- $d_{\min} = 0,1 \cdot r_s = 0,1 \cdot 57,5 = 5,75$ mm,

$d > d_{\min}$, tj. $15 \text{ mm} > 5,75 \text{ mm} \rightarrow$ uvjet je zadovoljen!

b) Normalno naprezanje u smjeru uzdužne osi x cilindra (u presjecima cilindra dovoljno udaljenih od krajeva) je prema [izrazu \(34\)](#):

$$\sigma_x = \frac{p_1 \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 50 \cdot \frac{50^2}{65^2 - 50^2} \cong 72,5 \text{ MPa} = \text{konst.}$$

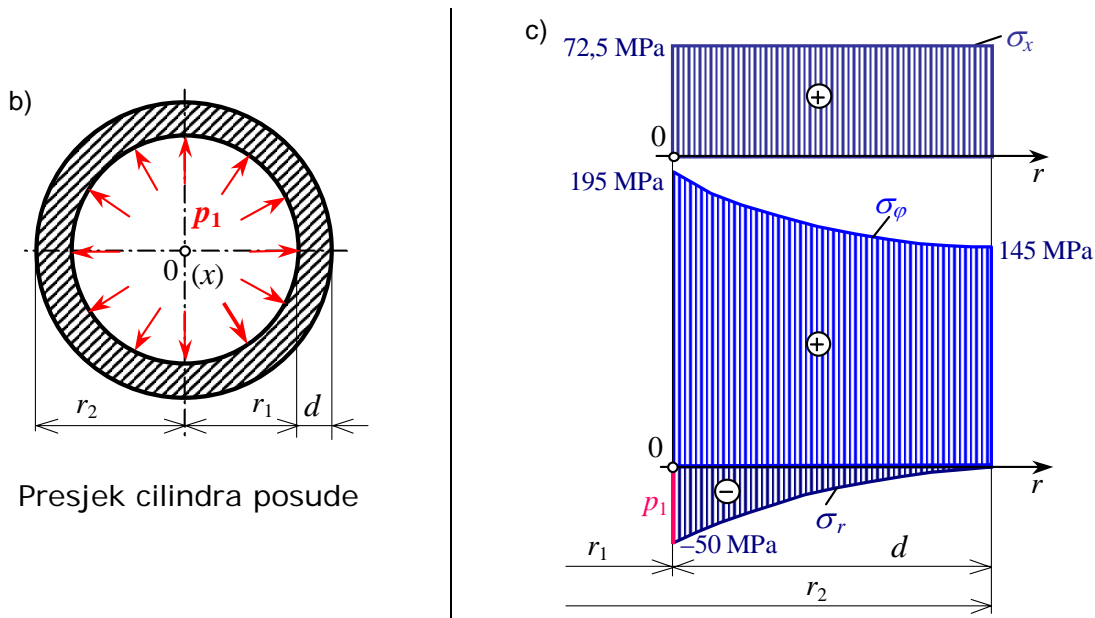
Iznosi naprezanja na unutarnjoj površini cilindra, tj. za $r = r_1$ su [prema \(35a\)](#):

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1 = -50 \text{ MPa}, \quad (\sigma_\varphi)_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 50 \cdot \frac{65^2 + 50^2}{65^2 - 50^2} \cong 195 \text{ MPa},$$

a naprezanja na vanjskoj površini cilindra, tj. za $r = r_2$ su [prema \(35b\)](#):

$$(\sigma_r)_{r=r_2} = 0, \quad (\sigma_\varphi)_{r=r_2} = p_1 \cdot \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = 50 \cdot \frac{2 \cdot 50^2}{65^2 - 50^2} \cong 145 \text{ MPa}.$$

Grafički prikazi raspodjele naprezanja σ_x , σ_r i σ_φ u stijenki cilindra dani su na slici c).



Značajke materijala cilindra debelostjene posude su: $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$.

Radijalni pomak točke na unutarnjoj površini (povećanje unutarnjeg polumjera) cilindra zatvorene debelostjene posude, tj. za $r = r_1$ prema [izrazu \(37a\)](#) jest:

$$(u)_{r=r_1} = \frac{r_1}{E} \cdot \left[p_1 \cdot \left(\frac{r_1^2 + r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \nu \right) - \nu \cdot \sigma_x \right] = \frac{50}{2 \cdot 10^5} \left[50 \cdot \left(\frac{65^2 + 50^2}{65^2 - 50^2} + 0,3 \right) - 0,3 \cdot 72,5 \right] = 0,047 \text{ mm},$$

odnosno radijalni je pomak točke na vanjskoj površini (povećanje vanjskog polumjera) cilindra zatvorene debelostjene posude, tj. za $r = r_2$ prema [izrazu \(37b\)](#):

$$(u)_{r=r_2} = \frac{r_2}{E} \cdot \left(p_1 \cdot \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu \cdot \sigma_x \right) = \frac{65}{2 \cdot 10^5} \cdot \left(50 \cdot \frac{2 \cdot 50^2}{65^2 - 50^2} - 0,3 \cdot 72,5 \right) = 0,040 \text{ mm}.$$