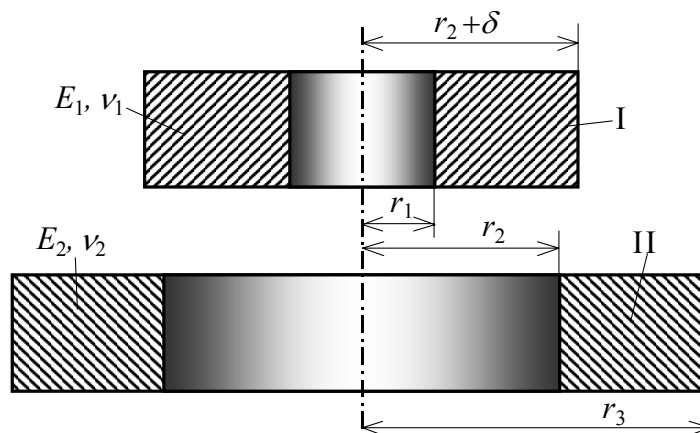


## SASTAVLJENE CIJEVI OD RAZLIČITIH MATERIJALA

Ako se sastavljena cijev sastoji od dvije cijevi izrađenih od različitih materijala, unutarnje cijevi (I) sa značajkama  $E_1$  i  $\nu_1$  te vanjske cijevi (II) sa značajkama  $E_2$  i  $\nu_2$ , (slika 13), postupak izvoda izraza jednak je prethodnom.



Slika 13. Sastavljena debela cijev s cijevima od različitih materijala

**Dodirni tlak**  $p_d$  kod poznatog preklopa  $\delta$  može se odrediti iz uvjeta radijalnih pomaka sastavnih cijevi na površini dodira cijevi  $r = r_2$ :

$$-(u^I)_{r=r_2} + (u^{II})_{r=r_2} = \delta, \quad (71)$$

pri čemu je za unutarnju cijev (I) radijalni pomak za  $r = r_2$  i tlak  $p_2 = p_d$  određen prema [izrazu \(47b\)](#), uz osno naprezanje  $\sigma_x = 0$ :

$$(u^I)_{r=r_2} = -p_d \cdot \frac{r_2}{E_1} \cdot \left( \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 \right). \quad (72a)$$

Za vanjsku cijev (II), radijalni pomak za  $r = r_2$  i tlak  $p_1 = p_d$  određen je prema [izrazu \(32a\)](#), uz osno naprezanje  $\sigma_x = 0$ :

$$(u^{II})_{r=r_2} = p_d \cdot \frac{r_2}{E_2} \cdot \left( \frac{r_2^2 + r_3^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 \right). \quad (72b)$$

Uvrštavanjem izraza (72a) i (72b) u jedn. (71), slijedi izraz za izračunavanje tlaka  $p_d$  na mjestu dodira, kod poznatog preklopa  $\delta$ , nakon prisilnog sastavljanja cijevi:

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{E_1} \cdot \left( \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \cdot \left( \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 \right)}. \quad (73)$$

Izraz (73) može se pisati u jednostavnijem obliku za računanje:

$$p_d = \frac{\delta}{r_2} \cdot \frac{1}{\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}}, \quad (74)$$

gdje su konstante sastavnih cijevi  $C_1$  i  $C_2$  određene izrazima:

$$C_1 = \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1, \quad C_2 = \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2. \quad (75)$$

Vrijednosti radijalnih i cirkularnih komponenti napreznja u sastavljenoj cijevi određuju se na površinama unutarnje (I) i vanjske (II) cijevi:

a) metodom superpozicije, [izrazi \(59\) do \(61\)](#), raspodjele napreznja kao na slici 10 ili

b) nakon određivanja tlaka  $p_2$  na dodirnim površinama, koji se kod sastavnih cijevi od različitih materijala određuje prema izrazu (78), [izrazi \(63a\) do \(63c\)](#).

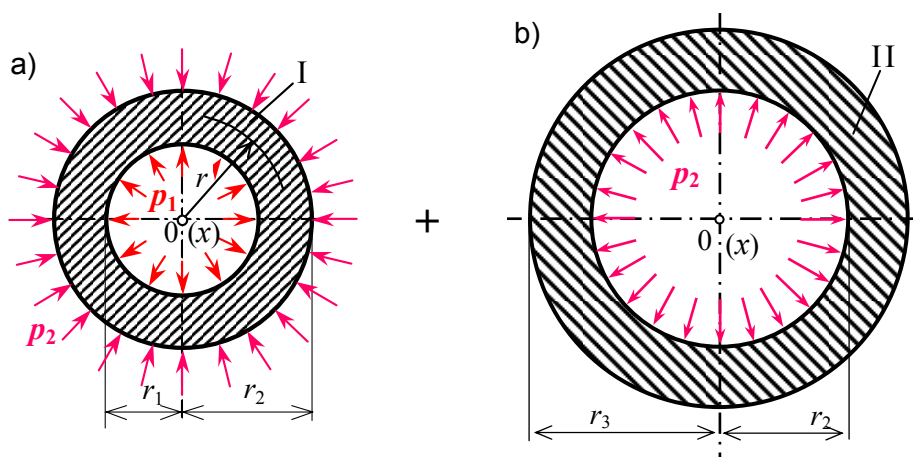
$$\text{Za } r = r_2 \text{ vrijedi: } (u^{\text{II}})_{r=r_2} = (u^{\text{I}})_{r=r_2} + \delta, \quad (76)$$

gdje su radijalni pomaci površina sastavnih cijevi za  $r = r_2$ :

$$(u^{\text{I}})_{r=r_2} = \frac{r_2}{E_1} \cdot \frac{2p_1 \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \cdot \frac{r_2}{E_1} \cdot C_1, \quad (u^{\text{II}})_{r=r_2} = p_2 \cdot \frac{r_2}{E_2} \cdot C_2. \quad (77)$$

Uvrštavanjem izraza (77) u jednadžbu (76) slijedi izraz za izračunavanje tlaka  $p_2$  na dodirnim površinama sastavnih cijevi I i II, kod opterećenja sastavljene cijevi unutarnjim tlakom  $p_1$ , slika 14:

$$\text{za } r = r_2 : \quad p_2 = \left| (\sigma_r)_{r=r_2} \right| = p_1 + \frac{p_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (78)$$



Slika 14. Opterećenja tlakovima sastavnih cijevi I (slika a) i cijevi II (slika b) sastavljene cijevi opterećene unutarnjim tlakom  $p_1$  (slika 10.c)

Izrazi za **vrijednosti radijalnih i cirkularnih napreznja** na površinama unutarnje (I) i vanjske (II) sastavne cijevi, isti su kao ranije za cijevi od istog materijala:

- radijalne komponente napreznja su:

$$(\sigma_r)_{r=r_1} = -p_1, \quad (\sigma_r)_{r=r_2} = (\sigma_r^{\text{II}})_{r=r_2} = -p_2, \quad (\sigma_r)_{r=r_3} = 0. \quad (63a)$$

- cirkularne komponente napreznja za unutarnju cijev (I) su:

$$(\sigma_\varphi)_{r=r_1} = p_1 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (\sigma_\varphi^{\text{I}})_{r=r_2} = p_1 \cdot \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \cdot \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}; \quad (63b)$$

- cirkularne komponente napreznja za vanjsku cijev (II) su:

$$(\sigma_\varphi^{\text{II}})_{r=r_2} = p_2 \cdot \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}, \quad (\sigma_\varphi)_{r=r_3} = p_2 \cdot \frac{2r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}. \quad (63c)$$

**Radijalni pomaci** su na unutarnjoj, dodirnoj i vanjskoj površini sastavljene cijevi, tj. povećanja polumjera sastavnih cijevi I i II, kod opterećenja unutarnjim tlakom  $p_1$ :

- za unutarnju cijev (I):

$$(u^I)_{r=r_1} = \frac{p_1 \cdot r_1}{E_1} \cdot \left( \frac{r_1^2 + r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \nu_1 \right) - p_2 \cdot \frac{2r_1}{E_1} \cdot \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{r_1}{E_1} \cdot \left[ p_1 \cdot C_1 - p_2 \cdot \frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \right], \quad (79a)$$

$$(u^I)_{r=r_2} = \frac{2p_1 \cdot r_1^2 \cdot r_2}{E_1 \cdot (r_2^2 - r_1^2)} - p_2 \cdot \frac{r_2}{E_1} \cdot \left( \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_1 \right) = \frac{r_2}{E_1} \cdot \left[ p_1 \cdot \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - p_2 \cdot C_1 \right]; \quad (79b)$$

- za vanjsku cijev (II):

$$(u^{II})_{r=r_2} = \frac{p_2 \cdot r_2}{E_2} \cdot \left( \frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_2 \right) = p_2 \cdot \frac{r_2}{E_2} \cdot C_2, \text{ tj. vrijedi: } (u^{II})_{r=r_2} = (u^I)_{r=r_2} + \delta, \quad (79c)$$

$$(u^{II})_{r=r_3} = p_2 \cdot \frac{r_3}{E_2} \cdot \frac{2r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}. \quad (79d)$$

[Numerički primjeri](#) u riješenim zadacima za sastavljene cijevi od različitih materijala.