

# ZBIRKA ZADATAKA

ZI. Vektori

ZII. Pravci i ravnine

ZIII. Funkcije

ZIV. Granična vrijednost i neprekinutost

ZV. Derivacije

R. Rješenja



## ZI. Vektori

### 1. Osnovne operacije s vektorima

1. Nacrtaj neki vektor  $\vec{a}$  čija duljina iznosi 2 cm. Potom nacrtaj vektore  $2\vec{a}$ ,  $-3\vec{a}$  i  $\vec{a}^{\circ}$ .
2. Duljina vektora  $\vec{a}$  je 3 cm. Kolika je duljina vektora  $-5\vec{a}$ ?
3. U kakvoj je vezi broj  $L$  s duljinom vektora  $\vec{a}$ , ako je  $\vec{a} = L\vec{a}^{\circ}$ ?
4. Vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  zatvaraju kut od  $60^{\circ}$ . Prvi je dug 5 cm, a drugi 3 cm. Nacrtaj vektore  $\vec{c} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$  i  $\vec{d} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$ .
5. Vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  imaju istu duljinu i međusobno su okomiti. Nacrtaj vektore  $\vec{c} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}$  i  $\vec{d} = -\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .
6. Vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  zatvaraju kut od  $120^{\circ}$ . Prvi je dug 2 cm, a drugi 3 cm. U ravnini određenoj vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  pronađi vektore koji s vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  zatvaraju iste kutove, a dugi su 6 cm. Izrazi te vektore pomoću vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .
7. Jedinичni vektori  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  su međusobno okomiti. Izračunaj  $\|3\vec{u} + 4\vec{v}\|$  i  $\|3\vec{u} - 4\vec{v}\|$ .
8. Jedinичni vektori  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  zatvaraju kut od  $60^{\circ}$ . Izračunaj  $\|2\vec{u} + 3\vec{v}\|$ .
9. Neka je  $\square ABCD$  paralelogram. Pomoću dijagonalnih vektora  $\vec{AC}$  i  $\vec{BD}$  izrazi stranične vektore  $\vec{AB}$  i  $\vec{AD}$ .
10. Na stranicama trokuta ABC su određeni vektori  $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{AB}$  i  $\vec{b} = \frac{1}{4}\vec{AC}$ . Pomoću vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  izrazi vektor  $\vec{AP}$ , gdje je P polovište stranice  $\overline{BC}$ .

11. Izračunaj  $\vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC}$  gdje su A, B i C tri točke u prostoru.

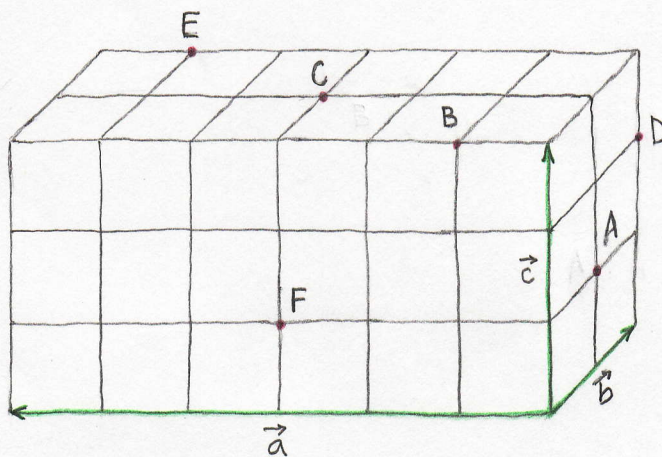
12. Za koje parove vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  vrijedi  $\|\vec{a} + \vec{b}\| = \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|$  ?

13. Na bridovima paralelopipeda ABCDEFGH su istaknuti vektori  $\vec{a} = \vec{AB}$ ,  $\vec{b} = \vec{AD}$  i  $\vec{c} = \vec{AE}$ . Pomocu vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  prikaži vektore  $\vec{AG}$ ,  $\vec{GA}$  i  $\vec{BH}$ .

14. Na bridovima tetraedra ABCD su istaknuti vektori  $\vec{a} = \vec{AD}$ ,  $\vec{b} = \vec{BD}$  i  $\vec{c} = \vec{CD}$ . Pomocu vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  prikaži vektor  $\vec{AP}$  gdje je P polovište brida  $\vec{BC}$ .

15. Bridni vektori  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  paralelopipeda imaju zajednički početak u vrhu A. Pomocu tih vektora zapiši vektor  $\vec{SG}$ , ako je S središte strane razapete vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , a G jedan kraj prostorne dijagonale  $\vec{AG}$ .

16. Pomocu vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  izrazi vektore  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CD}$  i  $\vec{EF}$  :



17. Pomocu radius-vektora krajeva duzine izrazi radius-vektor polovišta duzine.

18. Točka C se nalazi na dužini  $\vec{AB}$  i trostruko je bliza točki A nego točki B. Izrazi  $\vec{r}_C$  pomocu  $\vec{r}_A$  i  $\vec{r}_B$ .

19. Pomocu radius-vektora vrhova trokuta izrazi vektore težišnica trokuta.

## 2. Vektori u koordinatnom sustavu

20. Odredi koordinate vektora  $s$  početkom u točki  $A(-4, 3, 0)$  i završetkom u točki  $B(2, -1, 5)$ .
21. Odredi koordinate završetka  $B$  vektora  $\vec{AB} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ , ako su koordinate početka  $A(0, 1, 6)$ .
22. Završetak vektora  $\vec{a} = 5\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$  je u ishodištu. Gdje mu je početak?
23. Izračunaj duljinu vektora  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  čije su koordinate izmjerene u decimetrima.
24. Odredi jedinični vektor u smjeru vektora  $\vec{AB}$ , ako je  $A(3, 6, -2)$  i  $B(0, 4, 4)$ .
25. U smjeru vektora  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  odredi vektor  $\vec{b}$  čija duljina iznosi 5.
26. Izračunaj duljinu vektora  $\vec{a} = \sin\varphi\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} - \cos\varphi\vec{k}$ .
27. U kakvoj su vezi  $\alpha$  i  $\varphi$ , ako je  $\vec{u} = \alpha\vec{i} + \sin\varphi\vec{j}$  jedinični vektor?
28. U kakvoj su vezi  $\beta$  i  $\varphi$ , ako je  $\vec{u} = \cos\varphi \cdot \cos\beta\vec{i} + \beta\vec{j} + \cos\varphi \cdot \sin\beta\vec{k}$  jedinični vektor?
29. Odredi polovište dužine  $s$  krajevima  $A(0, 2, -5)$  i  $B(-6, 4, 3)$ .
30. Krajevi dužine su točke  $A(1, -3, 3)$  i  $B(4, 2, 0)$ . Odredi koordinate točke  $C$  koja se nalazi na dužini  $\vec{AB}$  i koja je dvostruko bliža točki  $A$  nego točki  $B$ .
31. Odredi središte paralelograma razapetog vektorima  $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$  i  $\vec{b} = \vec{j} - 4\vec{k}$  sa zajedničkim početkom u točki
- (1)  $A(0, 0, 0)$                       (2)  $A(2, 0, -2)$

32. Točke  $A(6, -2, 2)$  i  $B(0, 2, 4)$  su vrhovi trokuta, a  $\vec{t}_c = 2\vec{i} - 5\vec{j}$  je vektor težišnice s početkom u vrhu  $C$ . Odredi  $C$ .

33. Prikaži vektor  $\vec{b}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$ , ako je

$$(1) \vec{a} = 3\vec{i}, \quad \vec{b} = 12\vec{i} \qquad (2) \vec{a} = -4\vec{k}, \quad \vec{b} = 3\vec{k}$$

$$(3) \vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{b} = \frac{4}{5}\vec{j} - \frac{6}{5}\vec{k} \qquad (4) \vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{b} = -2\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} - \frac{4}{3}\vec{k}$$

34. Prikaži vektor  $\vec{c}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , ako je

$$(1) \vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}, \quad \vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j}, \quad \vec{c} = 12\vec{i} - 14\vec{j}$$

$$(2) \vec{a} = \vec{j} + 5\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{c} = 7\vec{j} - 9\vec{k}$$

$$(3) \vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{c} = 2\vec{i} - 12\vec{j} + 11\vec{k}$$

$$(4) \vec{a} = 6\vec{i} - \vec{k}, \quad \vec{b} = 4\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{c} = -4(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$$

35. Prikaži vektor  $\vec{d}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ , ako je

$$(1) \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{b} = \vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{c} = -2\vec{i} + \vec{k}, \quad \vec{d} = 5\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$$

$$(2) \vec{a} = 3\vec{i} - \vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{j}, \quad \vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{d} = 10\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$$

$$(3) \vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{b} = 4\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{c} = -6\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{d} = \frac{11}{6}(2\vec{j} - \vec{k})$$

$$(4) \vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{c} = 2\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{d} = \vec{i}$$

36. Provjeri je li skup vektora  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  linearno zavisan ili nezavisan

$$(1) \vec{a} = -3\vec{i} + 6\vec{k}, \quad \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{k}, \quad \vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$(2) \vec{a} = \vec{i} - \vec{j}, \quad \vec{b} = 4\vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$$

37. Mogu li četiri vektora u prostoru biti linearno nezavisna?

### 3. Skalarni umnožak vektora

38. Duljina vektora  $\vec{a}$  je 5 m, duljina vektora  $\vec{b}$  je 3 m, a kut između njih je  $30^\circ$ . Izračunaj skalarni umnožak vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .

39. Izrazi  $L$  pomoću duljina <sup>neokomitih vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$</sup> , ako je  $\vec{a} \cdot \vec{b} = L \vec{a} \cdot \vec{b}^\circ$ .
40. Koliko iznosi skalarni umnožak dvaju jediničnih vektora koji zatvaraju kut od  $135^\circ$ ?
41. Točke  $A, B$  i  $C$  su vrhovi jednakostraničnog trokuta sa stranicama duljine 4. Izračunaj skalarne umnoške  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  i  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ .
42. Izračunaj skalarni umnožak vektora  $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$  i  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$  čije su koordinate izmjerene u metrima.
43. Izračunaj skalarni umnožak vektora  $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$  (koordinate izmjerene u decimetrima) i  $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  (koordinate izmjerene u centimetrima).
44. Izračunaj rad sile  $\vec{F} = 5\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  <sup>(koordinate izmjerene u Newtonima)</sup> duž orijentiranog pravocrtnog puta  $\vec{s} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$  (koordinate izmjerene u metrima).
45. Izračunaj kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , ako je
- (1)  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}$       (2)  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{k}$
- (3)  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$       (4)  $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$
46. Provjeri da su  $\vec{a} = 10\vec{i} - 5\vec{j} + 10\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -11\vec{i} - 2\vec{j} + 10\vec{k}$  i  $\vec{c} = -2\vec{i} - 14\vec{j} - 5\vec{k}$  bridni vektori kocke.
47. Koliki kut zatvaraju jedinični vektori  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$ , ako su vektori  $\vec{a} = 5\vec{u} - 2\vec{v}$  i  $\vec{b} = 3\vec{u} + 4\vec{v}$  okomiti?
48. Izračunaj duljinu vektora  $\vec{a} = 4\vec{u} - 3\vec{v}$ , ako je  $u = \frac{1}{2}$ ,  $v = 3$  i  $\varphi = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ .
49. Odredi skalarnu i vektorsku projekciju vektora  $\vec{a}$  na vektor  $\vec{b}$ , ako je
- (1)  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$       (2)  $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{j} + \vec{k}$
- (3)  $\vec{a} = 5\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{b} = \vec{u} - 2\vec{v}$ ,  $u = 2$ ,  $v = 3$ ,  $\varphi = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$
- (4)  $\vec{a} = -\vec{u} + 2\vec{v}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{u} + \vec{v}$ ,  $u = 4$ ,  $v = 5$ ,  $\varphi = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = 90^\circ$

50. Vektorska projekcija  $\vec{a}$  na  $\vec{b}$  je vektor  $3\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{k}$ . Koji je vektor projekcija

(1)  $\vec{a}$  na  $\frac{1}{3}\vec{b}$

(2)  $\vec{a}$  na  $-3\vec{b}$

51. Vektorska projekcija  $\vec{a}$  na  $\vec{b}$  je vektor  $3\vec{i} - 6\vec{k}$ . Koji je vektor projekcija

(1)  $\frac{1}{3}\vec{a}$  na  $\vec{b}$

(2)  $-2\vec{a}$  na  $\vec{b}$

52. Neka je ABCD jedinični kvadrat (duljina stranice je 1). Izračunaj skalarne umnoške

(1)  $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$

(2)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

(3)  $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$

53. Neka je ABCDEFGH jedinična kocka (duljina brida je 1). Izračunaj skalarne umnoške

(1)  $\vec{AB} \cdot \vec{AH}$

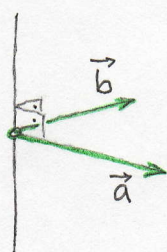
(2)  $\vec{AB} \cdot \vec{AG}$

(3)  $\vec{GB} \cdot \vec{BH}$

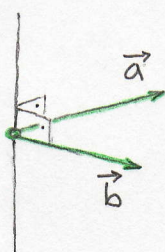
#### 4. Vektorski umnožak vektora

54. Nacrtaj vektor  $\vec{a} \times \vec{b}$ , neovisno o duljini, ako su vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao na slici

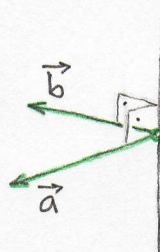
(1)



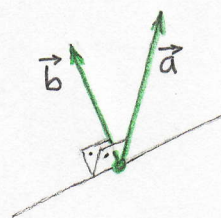
(2)



(3)



(4)



55. Kolika je duljina vektora  $\vec{a} \times \vec{b}$ , ako je  $a = 3$ ,  $b = 8$  i  $\varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ$ ?

56. Koliki je kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , ako je  $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = ab$ ?

57. Izrazi  $L$  pomoću  $a$  i  $b$ , ako je  $\vec{a} \times \vec{b} = L \vec{a} \times \vec{b}$ .



58. Izračunaj vektorski umnožak vektora  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{b} = -3\vec{i} + 5\vec{k}$ .

59. Zadani su vektori  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{k}$  i  $\vec{b} = \vec{j} - 5\vec{k}$ . Odredi koordinate završetka B vektora  $\vec{a} \times \vec{b}$ , ako je njegov početak

(1)  $A(0, 0, 0)$

(2)  $A(3, 9, 4)$

60. Odredi jedinični vektor u smjeru vektora  $\vec{a} \times \vec{b}$ , ako je  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  i  $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$ .

61. Zadani su vektori  $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$  i  $\vec{b} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ . Duljina vektora  $\vec{AB}$  iznosi 10, a njegov je smjer suprotan smjeru vektora  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Odredi A, ako je  $B(4, -3, 2)$ .

62. Izrazi  $\vec{a} \times \vec{b}$  pomoću  $\vec{u} \times \vec{v}$ , ako je  $\vec{a} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$  i  $\vec{b} = \vec{u} + 4\vec{v}$ .

63. Izračunaj površinu paralelograma razapetog vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , ako je

(1)  $\vec{a} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 5\vec{k}$

(2)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$

(3)  $\vec{a} = 4\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{b} = -\vec{u} + 2\vec{v}$ ,  $u = 1$ ,  $v = 3$ ,  $\varphi = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = 30^\circ$

(4)  $\vec{a} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$ ,  $\vec{b} = 5\vec{u} - \vec{v}$ ,  $u = 2$ ,  $v = 4$ ,  $\varphi = \angle(\vec{u}, \vec{v}) = 150^\circ$

64. Izračunaj površinu paralelograma čija su tri vrha  $A(-1, 0, 2)$ ,  $B(0, 5, -1)$  i  $C(0, 3, 0)$ .

65. Izračunaj površinu trokuta razapetog vektorima  $\vec{a} = \vec{j} - 4\vec{k}$  i  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  čije su koordinate izmjerene u metrima.

66. Izračunaj površinu trokuta s vrhovima  $A(0, 2, -3)$ ,  $B(-1, 0, 0)$  i  $C(5, 0, 3)$ .

67. Za paralelogram razapet vektorima  $\vec{a} = \vec{j} - 2\vec{k}$  i  $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  (čije su koordinate izmjerene u centimetrima) izračunaj duljinu visine pridružene stranici  $\vec{b}$ .

68. Za trokut određen vrhovima  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 1)$  i  $C(2, 3, 4)$  izračunaj duljinu visine pridružene stranici  $\overline{BC}$ .

69. Zašto je vektorski umnožak vektora  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$  i  $\vec{b} = 3\vec{i} - 9\vec{j} - 6\vec{k}$  jednak nul-vektoru?

70. Odredi vektore  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  i  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ , ako je  $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  
 $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j}$  i  $\vec{c} = -3\vec{j} + \vec{k}$ .

71. Dokaži da je  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  gdje je  $\vec{c}$  okomita projekcija vektora  $\vec{c}$  na ravninu određenu nekolinearnim vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .

72. Neka je ABCD jedinični kvadrat. Izračunaj duljinu vektora

(1)  $\vec{AB} \times \vec{CD}$

(2)  $\vec{AB} \times \vec{AC}$

(3)  $\vec{AC} \times \vec{BD}$

73. Neka je ABCDEFGH jedinična kocka. Izračunaj duljinu vektora

(1)  $\vec{AB} \times \vec{AH}$

(2)  $\vec{AC} \times \vec{CH}$

(3)  $\vec{AG} \times \vec{BH}$

### 5. Mješoviti umnožak vektora

74. Izračunaj vektorsko-skalarni umnožak vektora  $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{k}$ ,  
 $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$  i  $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ . Je li sustav  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  desni ili lijevi?

75. U kakvoj su vezi apsolutne vrijednosti brojeva  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ ,  
 $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$  i  $(\vec{c} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$ .

76. Izrazi  $L$  pomoću duljina nekomplanarnih vektora  $\vec{a}, \vec{b}$  i  $\vec{c}$ , ako je

(1)  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = L (\vec{a}^\circ \times \vec{b}^\circ) \cdot \vec{c}^\circ$     (2)  $(\vec{a} \times \vec{b}^\circ) \cdot \vec{c} = L \vec{a}^\circ \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

77. Izračunaj obujam paralelopipeda razapetog vektorima  $\vec{a}, \vec{b}$  i  $\vec{c}$ , ako je

(1)  $\vec{a} = 5\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$  ,  $\vec{b} = 3\vec{j}$  ,  $\vec{c} = 4\vec{j} - 2\vec{k}$  (izmjereno u metrima)

(2)  $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{k}$  ,  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$  (izmjereno u centimetrima)

78. Izračunaj obujam tetraedra razapetog vektorima  $\vec{a}, \vec{b}$  i  $\vec{c}$ , ako je

(1)  $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j}$  ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  ,  $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$  (izmjereno u decimetrima)

(2)  $\vec{a} = 3\vec{j} + \vec{k}$  ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$  ,  $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$  (izmjereno u metrima)

79. Izračunaj obujam tetraedra s vrhovima  $A(-1, 0, 0)$ ,  $B(2, 0, 3)$ ,  
 $C(5, -4, 0)$  i  $D(0, 0, 2)$ .

80. Za paralelepiped razapet vektorima  $\vec{a} = \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{k}$  izračunaj duljinu visine koja pripada strani razapetoj vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{c}$ .

81. Za tetraedar određen vrhovima  $A(3, 2, 1)$ ,  $B(0, -1, 2)$ ,  $C(0, 0, 0)$  i  $D(1, 2, 5)$  izračunaj duljinu visine koja pripada strani  $ACD$ .

82. Pripadaju li vektori  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 5\vec{i} - \vec{j}$  i  $\vec{c} = \vec{j} - 3\vec{k}$  jednoj ravni?

83. Odredi vrijednosti broja  $x$  tako da točke  $A(2, -1, 5)$ ,  $B(1, x, 5)$ ,  $C(-3, 0, 2)$  i  $D(0, 1, x)$  budu komplanarne.

84. Neka je  $ABCDEFGH$  jedinična kocka. Izračunaj

$$(1) (\vec{AB} \times \vec{BF}) \cdot \vec{CD} \quad (2) (\vec{AB} \times \vec{AE}) \cdot \vec{AH} \quad (3) \vec{AG} \cdot (\vec{BH} \times \vec{BF})$$

## 6. Različiti zadatci

85. Za vektore  $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 5\vec{k}$  i  $\vec{c} = -2\vec{j} + \vec{k}$  odredi vektor

$$(1) (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{c} \quad (2) (\vec{a} - 2\vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{c})$$

$$(3) \vec{a} \times [(\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b}] \quad (4) \vec{a} \times (2\vec{b} - \vec{a} \times \vec{c})$$

86. Izračunaj duljinu vektora  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} - 2\vec{b}$ , ako je  $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{k}$  i  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ .

87. Koliki je kut između vektora  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$  i  $\vec{d} = \vec{a} \times \vec{b}$ , ako vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  nisu kolinearni?

88. Jesu li vektori  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  komplanarni, ako je

$$(1) \vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = -4\vec{i} + 11\vec{j}$$

$$(2) \vec{a} = \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{c} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$$

$$(3) \vec{a} = 3\vec{u} - \vec{v}, \vec{b} = \vec{u} + 5\vec{v}, \vec{c} = -2\vec{u} + \vec{v}$$

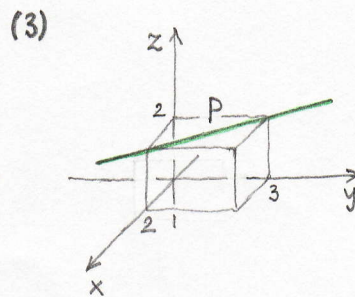
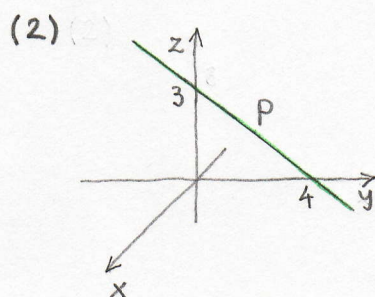
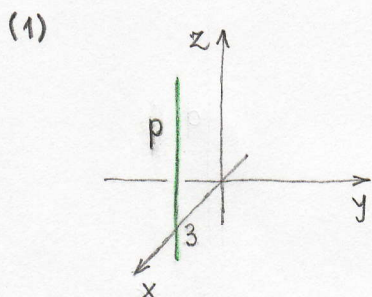
89. Izračunaj obujam paralelepipeda razapetog vektorima  $\vec{a} = \vec{u} - \vec{v}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$  i  $\vec{c} = \vec{u} \times \vec{v}$ , ako su  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  međusobno okomiti vektori duljine 2.

90. Odredi sve vektore koji su okomiti na vektore  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{k}$  i  $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$ , a čija duljina iznosi 9.
91. Pronađi vektor koji leži u ravnini razapetoj vektorima  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j}$  i  $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{k}$ , koji je okomit na vektor  $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ , te čiji skalarni umnožak s vektorom  $\vec{d} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$  iznosi 19.
92. Pomoću radius-vektora vrhova trokuta izrazi radius-vektor težišta trokuta. Koristi poučak o težištu trokuta.
93. Odredi težište trokuta s vrhovima  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, -5, 0)$  i  $C(0, 0, 2)$ .
94. Pomoću radius-vektora vrhova tetraedra izrazi radius-vektor težišta tetraedra. Koristi poučak o težištu tetraedra.
95. Odredi težište tetraedra s vrhovima  $A(6, 0, -4)$ ,  $B(0, 2, 1)$ ,  $C(3, -3, 0)$  i  $D(4, 2, -1)$ .
96. Za trokut s vrhovima  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(-2, 6, 2)$  i  $C(-3, 3, -1)$  odredi koordinate nožišta visine iz vrha C.
97. Za trokut s vrhovima  $A(1, 3, 1)$ ,  $B(1, 4, 0)$  i  $C(1, 5, -3)$  odredi koordinate središta opisane kružnice.
98. Dokazi obrat Pitagorinog poučka: Ako za stranice trokuta vrijedi jednakost  $a^2 + b^2 = c^2$ , tada je trokut pravokutan.
99. U pravokutnom koordinatnom sustavu nacrtaj trokut s vrhovima  $A(2, 2, 2)$ ,  $B(2, 4, 2)$  i  $C(0, 4, 3)$ . Je li taj trokut pravokutan?
100. Prizma je razapeta vektorima  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$  i  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Koliki je kut između kraće prostorne dijagonale i strane razapete vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ ?

## ZII. Pravci i ravnine

### 1. Pravac

101. Odredi parametarske jednadžbe i kanonsku jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $T_0(-6, 3, 1)$  usporedno s vektorom  $\vec{s} = 4\vec{j} - 5\vec{k}$ .
102. Odredi kanonsku jednadžbu osi  $z$ .
103. Odredi kanonsku jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $T(2, 3, 4)$  i koji je usporedan s osi  $y$ .
104. Odredi kanonsku jednadžbu pravca koji prolazi točkama  $A(0, 1, -2)$  i  $B(-3, 2, 4)$ .
105. Odredi kanonsku jednadžbu pravca  $p$



106. Eksplicitna jednadžba pravca  $p$  u ravninskom koordinatnom podsustavu  $(0; x, y)$  ima oblik  $y = 3x - 2$ . Zapiši kanonski oblik jednadžbe pravca  $p$  u koordinatnom sustavu

(1)  $(0; x, y)$

(2)  $(0; x, y, z)$

107. Pripadaju li točke  $A(0, \sqrt{2}, 0)$  i  $B(1, 0, 0)$  pravcu  $\frac{x}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{0}$  ?

108. U kakvom su odnosu pravci  $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-3}{0}$  i  $\frac{x-1}{-9} = \frac{y}{6} = \frac{z+3}{0}$  ?

109. U kakvom su odnosu pravci  $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-2}$  i  $\frac{x-1}{-6} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{4}$  ?

110. Odredi  $a$  i  $b$  tako da pravac  $\frac{x+5}{a} = \frac{y-1}{b} = \frac{z+2}{3}$  prolazi točkom  $T(4, 7, 7)$ .

111. Pronađi točke pravca  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-14}{-8}$  čija udaljenost od ishodišta iznosi 7.

112. U kakvom su odnosu pravci  $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$  i  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{0}$ ?

113. Pronađi sjecište pravaca  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-1}{1}$  i  $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{3}$ .

114. U kojoj se točki križaju pravci  $\frac{x-5}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$  i  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-5}{-1}$ ?

115. Odredi jednadžbe simetrala kutova što ih određuju ukriženi pravci  $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{6}$  i  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$ .

116. Izračunaj udaljenost pravaca  $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{1}$  i  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ .

117. Izračunaj udaljenost pravaca  $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$  i  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{0}$ .

118. Izvedi formulu za udaljenost točke T od pravca  $p(T_0, \vec{s})$ .

119. Izračunaj udaljenost točke  $T(1, 0, 2)$  od pravca  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

120. Pronađi točke u kojima se postiže najkraća udaljenost mimoilaznih pravaca  $\frac{x-1}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-9}{-4}$  i  $\frac{x-4}{0} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{1}$ . Izračunaj tu najkraću udaljenost.

121. Izračunaj kut pravaca  $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-1}$  i  $\frac{x}{5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{1}$ .

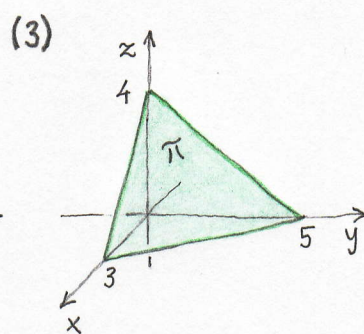
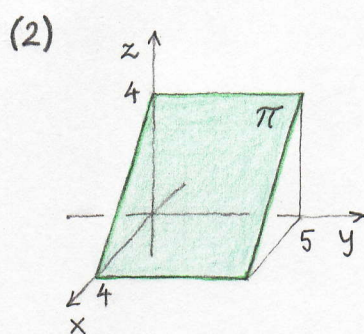
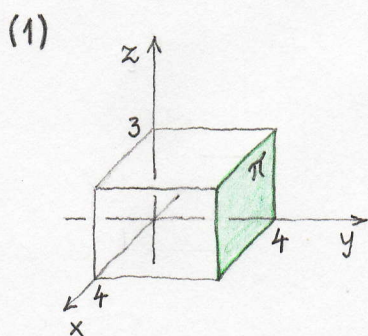
122. Odredi pravac koji prolazi točkom  $A(2, 4, 3)$  i koji siječe os y pod pravim kutom.

123. Pronađi pravac koji prolazi točkom  $T(0, 1, 1)$ , a siječe pravce  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$  i  $\frac{x+2}{0} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{1}$  (transverzala zadanih pravaca točkom T).

## 2. Ravnina

124. Odredi kanonsku i opću jednadžbu ravnine koja prolazi točkom  $T_0(5, -1, 3)$  okomito na vektor  $\vec{n} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 7\vec{k}$ .

125. Odredi opću jednadžbu ravnine  $yz$ .
126. Odredi jednadžbu ravnine koja prolazi točkom  $T(2, 3, 4)$  usporodno s ravinom  $xz$ .
127. Odredi jednadžbu ravnine koja prolazi točkama  $A(3, 1, 0)$ ,  $B(4, 2, -2)$  i  $C(1, 5, 2)$ .
128. Odredi jednadžbu ravnine  $\pi$



129. Odredi segmentnu jednadžbu ravnine koja prolazi točkama  $A(4, 0, 0)$ ,  $B(0, -3, 0)$  i  $C(0, 0, 6)$ .
130. Odredi jednadžbu ravnine koja prolazi točkom  $T(-2, 0, 4)$  usporodno s ravinom  $x - 2y + 3z = 4$ .
131. Koje od točaka  $A(1, 3, 2)$ ,  $B(0, 2, -1)$  i  $C(-5, -6, 2)$  leže u ravnini  $3x - 2y - z + 5 = 0$ ?
132. Odredi sve vrijednosti koeficijenata  $C$  i  $D$  za koje točka  $T(4, 3, 0)$  leži u ravnini  $x - 2y + Cz + D = 0$ .
133. Odredi ravninu koja prolazi točkama  $A(3, -1, 0)$  i  $B(2, 0, -4)$  okomito na ravninu  $2y - 5z = 1$ .
134. Izvedi formulu za udaljenost točke  $T$  od ravnine  $\pi(T_0, \vec{n})$ .
135. Izračunaj udaljenost točke  $T(0, -1, 4)$  od ravnine  $3x - z = 6$ .
136. Presijecaju li se ravnine  $2x - y + 4z = 3$  i  $4x - 2y + 3z = 5$ ?

137. Zapiši kanonsku jednadžbu presječnice ravnina

$$(1) \begin{cases} -x + y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = -8 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ -6x + 2y + 3z = 18 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 5x + 4y = 0 \\ 5x - 4y = 0 \end{cases}$$

138. Za presjecajuće ravnine  $x + 2y - 2z = 5$  i  $2x - 2y + z = 0$  odredi jednadžbe simetralnih ravnina.

139. Za usporedne ravnine  $5x - y + 3z = 1$  i  $5x - y + 3z = 3$  odredi jednadžbu simetralne ravnine.

140. Zapiši jednadžbu svezka ravnina koje prolaze presječnicom

$$\begin{cases} 3x - 2z = 4 \\ -x + 4y = 5 \end{cases}$$

141. Svezak ravnina prolazi presječnicom

$$\begin{cases} 5x + 3y + z = 0 \\ -2y + 4z = 1 \end{cases}$$

Zapiši jednadžbu svezka bez ravnine

$$(1) 5x + 3y + z = 0$$

$$(2) -2y + 4z = 1$$

142. Pronađi ravninu koja prolazi točkom  $T(2, -5, 0)$  i presječnicom ravnina  $4x - y = 7$ ,  $2y + 3z = 2$ .

143. Pronađi ravninu koja prolazi presječnicom ravnina  $x + 2z = 4$  i  $3x - y = 5$ , a okomita je na prvu ravninu.

144. Izračunaj kut ravnina  $2x - 2y = 3$  i  $3y - 3z = 2$ .

145. Pronađi ravnine koje prolaze točkama  $T_1(0, 2, 0)$  i  $T_2(1, 1, 1)$ , a ravninu  $x + y = 3$  presjecaju pod kutom od  $30^\circ$ .

146. Pronađi ravnine koje prolaze presječnicom ravnina  $2x + y + z = -2$  i  $y - z = -6$ , a s prvom ravninom zatvaraju kut od  $60^\circ$ .



## 3. Pravci i ravnine

147. Odredi koordinate probodišta pravca  $\frac{x-6}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{-2}$  u rav-  
nini  $5x - y + 3z = 3$ .
148. Leži li pravac  $\frac{x+3}{0} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{3}$  u ravnini  $x + 3y - 2z = 10$ ?
149. Imaju li pravac  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$  i ravnina  $3y - 2z = 1$  za-  
jedničkih točaka?
150. Za koje vrijednosti koeficijenta  $A$  pravac  $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$  pro-  
bada ravninu  $Ax - y + 2z + 3 = 0$ ?
151. Za koje vrijednosti koeficijenata  $A$  i  $D$  pravac  $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z}{0}$  le-  
ži u ravnini  $Ax + 2y - 3z + D = 0$ ?
152. Odredi jednadžbu ravnine koja prolazi pravcima  $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$   
i  $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ .
153. Odredi jednadžbu ravnine u kojoj leže pravci  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{0}$   
i  $\frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .
154. Odredi jednadžbu ravnine u kojoj su točka  $T(8, -2, 5)$  i  
pravac  $\frac{x+4}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{1}$ .
155. Odredi jednadžbu ravnine koja je usporedna s ravninom  $yz$ ,  
a prolazi točkom  $T(6, 7, 8)$ .
156. Odredi jednadžbu ravnine koja je okomita na ravnini  $xy$ , a  
prolazi pravcem  $\frac{x}{0} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{4}$ .
157. Odredi jednadžbu ravnine koja je usporedna s osi  $x$ , a pro-  
lazi presjecom ravnina  $x - 3z = 4$  i  $2x - y = 1$ .
158. Pronađi ravninu koja prolazi točkama  $A(-3, 1, 2)$  i  $B(0, 4, 5)$   
te koja je usporedna s pravcem  $\frac{x+7}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{z+8}{2}$ .

159. Pronađi pravac koji prolazi točkom  $A(0, 2, 0)$ , a ne probada ni jednu od ravnina  $3x - z = 1$  i  $y + 2z = -1$ .
160. Odredi koordinate okomite projekcije točke  $T(1, 2, 3)$  na ravninu  $x + 2y + 3z = 0$ .
161. Koja je točka simetrična točki  $A(4, -1, 2)$  u odnosu na ravninu  $3x - y + 7 = 0$ ?
162. Koja je točka simetrična točki  $A(3, 3, 3)$  u odnosu na pravac  $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$ ?
163. Odredi jednadžbu okomite projekcije pravca  $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{1}$  na ravninu  $4y + z = -1$ .
164. Koji je pravac simetričan pravcu  $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2}$  u odnosu na ravninu  $x - y = 4$ ?
165. Pravac  $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{1}$  se projicira iz točke  $T(0, 5, 0)$  na ravninu  $x + 3z = 3$ . Odredi jednadžbu projekcije.
166. Izračunaj kut pravca  $\frac{x-7}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-5}{-2}$  i ravnine  $2x - 2z = 5$ .
167. U ravnini  $x = z$  pronadi pravce koji prolaze točkom  $T(0, 1, 0)$ , a ravninu  $x = y$  probadaju pod kutom od  $45^\circ$ .
168. Pronadi pravce koji prolaze ishodištem, a ravnine  $x = 1$  i  $y = 2$  probadaju pod kutom od  $30^\circ$ .

## Z III. Funkcije

### 1. Jednadžbe pravca i parabole

169. Eksplicitnu jednadžbu pravca,  $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ , svedi na segmentnu i nacrtaj pravac.
170. Odredi kanonsku jednadžbu pravca  $y = 3$ .
171. Jednadžbu pravca  $2x - 3y = 3$  svedi na kanonski oblik, nacrtaj pravac, i odredi jedan par njegovih parametarских jednadžbi.
172. Ordinata točke na pravcu  $x = 3t - 2$ ,  $y = 4t + 1$  iznosi 9. Kolika je apscisa te točke?
173. Odredi koeficijent nagiba i odsječak na ordinati pravca  $x = -t + 4$ ,  $y = 2t - 5$ .
174. Izborom novog parametra  $u$  odredi parametarске jednadžbe pravca  $x = \frac{2}{5}t - 1$ ,  $y = -\frac{1}{3}t + 2$  u kojima neće biti razlomaka.
175. Odredi kanonsku jednadžbu i nacrtaj parabolu
- (1)  $y = x^2 - 2x - 1$                       (2)  $y = -x^2 + 4x - 3$
176. Jednadžbu parabole  $y = 3x^2 + 12x + 8$  svedi na kanonski oblik, nacrtaj parabolu, i odredi jedan par njenih parametarских jednadžbi.
177. Odredi kanonsku jednadžbu parabole  $x = 3t - 1$ ,  $y = -2t^2 + 4$ .
178. Odredi kanonsku jednadžbu i nacrtaj parabolu
- (1)  $x = y^2 + 6y + 8$                       (2)  $x = -y^2 + 2y + 1$
179. Jednadžbu parabole  $x = 2y^2 - 4y + 5$  svedi na kanonski oblik, nacrtaj parabolu, i odredi jedan par njenih parametarских jednadžbi.

## 2. Rastav racionalne funkcije

Rastavi racionalnu funkciju  $f(x)$  na zbroj djelomičnih razlomaka, ili zbroj jednog polinoma i djelomičnih razlomaka

180.  $f(x) = \frac{-3x+5}{x^2-2x+1}$

181.  $f(x) = \frac{2x^2-18x-4}{x^3-4x}$

182.  $f(x) = \frac{3x^3+11x-1}{x^4+6x^2+9}$

183.  $f(x) = -\frac{6x^3}{x^3+1}$

184.  $f(x) = \frac{x^4+2x^3+3}{x^3+2x^2+x}$

185.  $f(x) = \frac{2x^6-6x}{x^4-1}$

## 3. Računanje vrijednosti funkcije

Izračunaj vrijednost funkcije  $f(x)$  u točki  $x$

186.  $f(x) = \frac{\frac{x}{5} : \frac{2}{3} - 1}{x \cdot \frac{3}{4} + 2}$ ,  $x=4$

187.  $f(x) = \frac{\frac{2}{x} \cdot \frac{3}{2} - x : 14}{x - (5+x) : 6}$ ,  $x=7$

188.  $f(x) = \frac{2^x - 3^{-x}}{3^x - 2^{-x}}$ ,  $x=2$

189.  $f(x) = \frac{-(\frac{1}{2})^x + (\frac{1}{3})^{x+2}}{(\frac{1}{4})^x - (\frac{1}{5})^{x+3}}$ ,  $x=-3$

190.  $f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}}{x-13}$ ,  $x=16$

191.  $f(x) = \frac{\sqrt[6]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}$ ,  $x=64$

192.  $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}} + x^0}{x^{-\frac{1}{3}} - x^{-1}}$ ,  $x=8$

193.  $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{5}} + 2x^{\frac{7}{3}}}{1-x}$ ,  $x=-1$

194.  $f(x) = \frac{x^{\frac{3}{5}} + 4x^{\frac{2}{5}}}{x^{-1} + \frac{1}{16}}$ ,  $x=-32$

195.  $f(x) = \frac{x^{\frac{5}{3}} - 10x^{\frac{2}{3}}}{x^5 - x^2}$ ,  $x=10$

196.  $f(x) = \log_3 x + \log_2 (x+7) - \log (x+1) - \log_{11} (x+2)$ ,  $x=9$

197.  $f(x) = 5 \ln x - \ln x^2 + 2 \ln x^{-3} + 3 \ln \frac{1}{x}$ ,  $x=e$

198.  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{3}} (4x+1) + \log_{\frac{1}{4}} 32x$ ,  $x=2$

$$199. f(x) = \log_2 \sqrt{x-2} + \log_3 \sqrt[3]{x} - \log_3 \sqrt[4]{x-1}, \quad x=10$$

$$200. f(x) = \frac{\log_2(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(x-2)}{\log_4(11x+9) + 3}, \quad x=5$$

$$201. f(x) = \frac{2 \log x + \log 100x}{\log 10x - \log \sqrt{x}}, \quad x=1000$$

$$202. f(x) = \frac{x \log_4 x + 3^{-x}}{\sqrt{\log_6 \frac{1}{x-1}} - 1}, \quad x=2$$

$$203. f(x) = \frac{\log_{25}(x-1) - 2^x}{\sqrt[3]{\log_7 \frac{1}{x+1}} - 3}, \quad x=6$$

## 4. Područje definicije funkcije

Odredi područje definicije funkcije  $f(x)$

$$204. f(x) = \sqrt{2x-3}$$

$$205. f(x) = \sqrt[3]{5-2x}$$

$$206. f(x) = \sqrt[10]{x+4}$$

$$207. f(x) = (3-6x)^{\frac{5}{4}}$$

$$208. f(x) = (3-6x)^{\frac{4}{5}}$$

$$209. f(x) = (3-6x)^{-\frac{4}{5}}$$

$$210. f(x) = \frac{4}{2x+1}$$

$$211. f(x) = \frac{3x}{x^2+2x-3}$$

$$212. f(x) = \frac{x-5}{x^2-2x+2}$$

$$213. f(x) = \sqrt{x^2+x-6}$$

$$214. f(x) = \sqrt[4]{5-4x-x^2}$$

$$215. f(x) = \sqrt[6]{-3+x-x^2}$$

$$216. f(x) = \log(3x-2)$$

$$217. f(x) = \log_3(x^2-3x-4)$$

$$218. f(x) = \ln(10+3x-x^2)$$

$$219. f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$$

$$220. f(x) = \ln \frac{1+x}{5-x}$$

$$221. f(x) = \sin \frac{1+x}{5-x}$$

$$222. f(x) = \arcsin(2x-5)$$

$$223. f(x) = \arccos \frac{1}{x}$$

$$224. f(x) = \arcsin(x^2+2x)$$

$$225. f(x) = \log \ln x$$

$$226. f(x) = \sqrt[4]{\log_2 x + 1}$$

$$227. f(x) = \sqrt{\ln^2 x - \ln x}$$

248 ZIII. Funkcije

228.  $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \log x}}{10 - x}$

229.  $f(x) = \frac{\ln x}{1 - x} + \sqrt{2 - x}$

230.  $f(x) = \frac{\arcsin(1-x)}{\arccos(2-x)}$

## 5. Složene funkcije

Odredi složene funkcije  $(f \circ g)(x)$  i  $(g \circ f)(x)$

231.  $f(x) = x - 3$ ,  $g(x) = x^2 + 2$

232.  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = 3x^2 + 5x$

233.  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$

234.  $f(x) = \frac{3}{x-1}$ ,  $g(x) = \frac{2}{x^2+5}$

235.  $f(x) = 4x + 1$ ,  $g(x) = \sqrt{x+3}$

236.  $f(x) = x^2 + x$ ,  $g(x) = \sqrt{x+1}$

237.  $f(x) = x^3 - x$ ,  $g(x) = 2$

238.  $f(x) = x^3 + 1$ ,  $g(x) = \sqrt[3]{x}$

239.  $f(x) = \sin x + \cos x$ ,  $g(x) = x^2 - 1$

240.  $f(x) = 2x + \ln x$ ,  $g(x) = \sqrt{x}$

241.  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = \ln x - x$

242.  $f(x) = \log x$ ,  $g(x) = 10^x + 5x$

243.  $f(x) = x^{-1} - x$ ,  $g(x) = x^{-1} - 1$

244.  $f(x) = \log e$ ,  $g(x) = \ln 10$

Odredi složenu funkciju  $(f \circ g \circ h)(x)$

245.  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = \ln(x+2)$ ,  $h(x) = e^x$

246.  $f(x) = \log_2 x$ ,  $g(x) = 4^x$ ,  $h(x) = |x|$

247.  $f(x) = \arccos x$ ,  $g(x) = \sin \frac{1}{2}x$ ,  $h(x) = \pi - 2x$

Elementarnu funkciju  $f(x)$  rastavi na osnovne elementarne funkcije

248.  $f(x) = \sin \frac{x}{x+1} + \cos^2 x$

249.  $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x} + x + x^2)$

250.  $f(x) = \sqrt{x^3 \log_5^3 x}$

251.  $f(x) = \frac{x}{e^x} - e^{x^2}$

252.  $f(x) = \sqrt[3]{\log^2(x^{10} + 10)} - 1$

253.  $f(x) = \frac{1}{4}(x - \tan 4x)$

254. Dokaži da je kompozicija konstante i bilo koje funkcije opet konstanta.
255. Dokaži da je kompozicija dviju rastućih funkcija opet rastuća funkcija.
256. Dokaži da je kompozicija rastuće i padajuće funkcije padajuća funkcija.
257. Je li kompozicija dviju jednoličnih funkcija opet jednolična funkcija?
258. Je li kompozicija konačnog broja jednoličnih funkcija opet jednolična funkcija?

## 6. Injektivne funkcije

Ispitaj injektivnost funkcija

259.  $f(x) = 2x - 3$

260.  $f(x) = x^2$

261.  $f(x) = x^2 + x$

262.  $f(x) = x^3$

263.  $f(x) = x^3 + x$

264.  $f(x) = x^3 - x$

265.  $f(x) = \sqrt{x}$

266.  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

267.  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$

268.  $f(x) = \log^2 x$

269.  $f(x) = (4^x)^2$

270.  $f(x) = x|x|$

271.  $f(x) = 2\sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$

272.  $f(x) = 3^{2x-1} + 1$

273.  $f(x) = 5\ln^3(1-\sqrt{x})$

274. U koliko točaka pravac usporedan s osi  $x$  siječe graf injektivne funkcije?
275. Mora li neparna funkcija biti injektivna?
276. Mora li injektivna funkcija biti jednolična? Odgovor potraži u nekom grafu.

Za injektivnu funkciju  $f(x)$  odredi inverznu funkciju  $f^{-1}(x)$

277.  $f(x) = 4x + 1$

278.  $f(x) = x^3$

279.  $f(x) = 2x^5 - 7$

280.  $f(x) = \frac{6}{x}$

281.  $f(x) = \frac{x-3}{x}$

282.  $f(x) = \frac{5x-2}{x+1}$

283.  $f(x) = \sqrt[3]{4-2x}$

284.  $f(x) = \sqrt[5]{x} + 1$

285.  $f(x) = -2\sqrt[3]{5x-4}$

286.  $f(x) = 3^{x-2}$

287.  $f(x) = 10^{2x+1} - 3$

288.  $f(x) = 4 - 5e^{3x-2}$

289.  $f(x) = \log_2(x+7)$

290.  $f(x) = 4 \log(3x-1)$

291.  $f(x) = 1 + 3 \ln(2x+5)$

292.  $f(x) = \arcsin 3x$

293.  $f(x) = \arccos(4x-1)$

294.  $f(x) = 2 \arctan(x+3)$

Odredi domenu i sliku funkcije  $f(x)$ , te ako je injektivna odredi još  $f^{-1}(x)$

295.  $f(x) = x^2 - 2x + 2$

296.  $f(x) = x^3 - 3x$

297.  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$

298.  $f(x) = \sqrt{x-x^2}$

299.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2-2x+9}$

300.  $f(x) = \sqrt[4]{x^3-8}$

301.  $f(x) = \log_2(4-x)$

302.  $f(x) = \log(x^2+1)$

303.  $f(x) = \ln(1-2^x)$

Je li istina da je

304.  $\sqrt{x^2} = x$  za  $x \geq 0$

305.  $(\sqrt{x})^2 = x$  za  $x \geq 0$

306.  $\sqrt{x^2} = x$  za svaki  $x$

307.  $\sqrt{x^2} = |x|$  za svaki  $x$

308.  $\sqrt[3]{x^3} = x$  za svaki  $x$

309.  $(\sqrt[3]{x})^3 = x$  za svaki  $x$

310.  $\sqrt[4]{x^4} = x$  za svaki  $x$

311.  $(\sqrt[4]{x})^4 = x$  za  $x \geq 0$

312.  $\sin(\arcsin x) = x$  za  $|x| \leq 1$

313.  $\arcsin(\sin x) = x$  za  $|x| \leq \frac{\pi}{2}$

314.  $\arcsin(\sin x) = x$  za svaki  $x$

315.  $\arcsin(\sin x) = x$  za  $|x| \leq \frac{\pi}{2}$

316.  $\log_5(\exp_5 x) = x$  za svaki  $x$

317.  $\exp_5(\log_5 x) = x$  za  $x > 0$

318.  $\cot(\arccot x) = x$  za svaki  $x$

319.  $\arccot(\cot x) = x$  za  $x \neq k\pi$



## 7. Crtanje grafova funkcija

Kvadratni izraz  $f(x)$  upotpuni do kvadrata, odredi koordinate tjemena, a potom nacrtaj njegov graf

320.  $f(x) = x^2 + 2x$

321.  $f(x) = -x^2 + 4x$

322.  $f(x) = x^2 - 2x - 1$

323.  $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$

324.  $f(x) = -x^2 - 4x - 1$

325.  $f(x) = -2x^2 + 5x - 1$

Nacrtaj grafove polinoma

326.  $f(x) = (x-1)^2$

327.  $f(x) = (x-1)^3$

328.  $f(x) = \frac{1}{6}(x-2)(x+3)^2$

329.  $f(x) = \frac{1}{30}(x+1)^2(x-3)^4$

330.  $f(x) = \frac{1}{200}x^3(x-4)^2(x+2)^2$

331.  $f(x) = -\frac{1}{100}(x-1)^4(x+2)^3(x-3)^2$

Nacrtaj grafove racionalnih funkcija

332.  $f(x) = \frac{1}{x-2}$

333.  $f(x) = \frac{x}{x+3}$

334.  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

335.  $f(x) = \frac{x-1}{(x+2)^2}$

336.  $f(x) = \frac{(x-3)^2(x+1)^3}{50(x-1)(x+3)^2}$

337.  $f(x) = \frac{8(x-1)^6(x+2)^3}{3x^5(x-3)^4}$

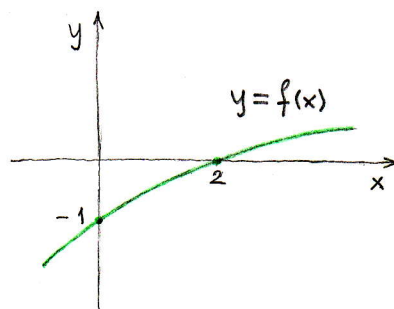
Pomicanjem grafa funkcije  $f(x)$  nacrtaj graf funkcije  $g(x)$

338.  $g(x) = f(x) + 3$

339.  $g(x) = f(x) - 3$

340.  $g(x) = f(x+3)$

341.  $g(x) = f(x-3)$



Nacrtaj grafove funkcija

342.  $y = x^2 + 2$

343.  $y = 3 - x^2$

344.  $y = x^3 - 1$

345.  $y = (x-2)^3$

346.  $y = \log_3(x-1)$

347.  $y = \ln(x+2)$

348.  $y = 2^x - 1$

349.  $y = e^{x-3}$

350.  $y = \sqrt{x+4}$

351.  $y = \sqrt[3]{x-2}$

352.  $y = 2 \sin x$

353.  $y = -3 \cos x$

354.  $y = \sin 3x$

355.  $y = \cos \frac{1}{2}x$

356.  $y = \sin(x-2)$

357.  $y = \cos(x+1)$

358.  $y = \sin(2x-3)$

359.  $y = \frac{7}{4} \cos\left(\frac{2}{3}x+2\right)$

8. Rješavanje jednostavnih jednačbi pomoću džepnog računala

Rijesi logaritamske jednačbe

360.  $\log x = 1,92$

361.  $\ln x = -0,29$

362.  $\log_5 x = 3,24$

363.  $\log_{\frac{1}{3}} x = 2,48$

364.  $2 \log(-x-3) = -4,53$

365.  $15 \ln(4x+2) = 79,16$

366.  $13 \log_2(1-5x) = 38$

367.  $7 \log_{\frac{1}{4}}(3x-1) = -15$

Rijesi eksponencijalne jednačbe

368.  $10^x = 124$

369.  $e^x = 100$

370.  $5^x = 1000$

371.  $3^{-x} = 200^5$

372.  $\frac{1}{2^{x-4}} = 51,36$

373.  $\frac{1}{7^{2-x}} = 7,89$

374.  $4 \cdot 2^{5x-7} = 121$

375.  $6 \cdot 8^{1-12x} = 251$

Rijesi trigonometrijske jednadžbe

376.  $\sin x = 0,54$

377.  $\cos x = -0,23$

378.  $\tan x = -11$

379.  $\cot x = 2,61$

380.  $\sin(x-5) = -0,31$

381.  $\cos(2x+7) = 0,60$

382.  $\tan\left(\frac{1}{4}x - 1\right) = 0,64$

383.  $\cot(1-3x) = -9$

### 9. Različiti zadatci

Stavi znak nejednakosti u krugić na desnoj strani implikacije

384.  $0 < x < 1 \Rightarrow x^2 \circ x^3$

385.  $1 < x < +\infty \Rightarrow x^2 \circ x^3$

386.  $0 < x < 1 \Rightarrow \sqrt{x} \circ \sqrt[3]{x}$

387.  $1 < x < +\infty \Rightarrow \sqrt{x} \circ \sqrt[3]{x}$

388. Je li  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}$  osnovna elementarna funkcija?

389. Je li  $(\sqrt{x})^2 = \sqrt[3]{x}$  za svaki realni broj  $x$ ?

390. Raste li funkcija  $f(x) = 3x + \log x$  na cijelom svom području definicije?

391. Pada li funkcija  $f(x) = 2^{-x} - x$  na cijelom skupu realnih brojeva?

392. Izdvoji područja rasta i pada funkcije  $f(x)$

(1)  $f(x) = x^2 + 6x - 1$

(2)  $f(x) = 2x - x^2$

393. Ima li funkcija  $f(x) = \sin x - 2$  nul-točaka?

394. Odredi nul-točke funkcije  $f(x)$

(1)  $f(x) = \frac{2}{x} - x + 1$

(2)  $f(x) = \frac{9}{x^2} + x^2 - 10$

395. Ispitaj je li funkcija  $f(x)$  parna ili neparna

(1)  $f(x) = x \sin x - \cos x$

(2)  $f(x) = x \cos x - \sin x$

396. Odredi osnovni period funkcije  $f(x)$

(1)  $f(x) = \sin(3x - 1)$

(2)  $f(x) = 5 \tan \frac{1}{4}x$

397. Je li funkcija  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$  periodična? Ima li osnovni period?

# ZIV. Granična vrijednost i neprekidnost

## 1. Granična vrijednost

Izračunaj graničnu vrijednost izraza neodređenog oblika  $\frac{0}{0}$

$$398. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$399. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

$$400. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 3x^2}{2x^3 - x^2}$$

$$401. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 - 3x - 4}$$

$$402. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2}$$

$$403. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^2 - 9}$$

$$404. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$$

$$405. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

$$406. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

$$407. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{\sqrt[4]{x^3} - \sqrt{x}}$$

$$408. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{-x}}{2^{-x+3}}$$

$$409. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 \cdot 4^{x-1}}{5 \cdot 8^x}$$

Izračunaj graničnu vrijednost izraza neodređenog oblika  $\frac{\infty}{\infty}$   
 $(\frac{+\infty}{+\infty}, \frac{+\infty}{-\infty}, \frac{-\infty}{+\infty}, \frac{-\infty}{-\infty})$

$$410. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{2x-4}$$

$$411. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x}{4x^2 - 3}$$

$$412. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2(x^2-1)}{-7x^4 + x^3 + x}$$

$$413. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3-x^3)(4-x^4)}{(2-x^2)(5-x^5)}$$

$$414. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4\sqrt{x} + 3}{5\sqrt{x} - 3}$$

$$415. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} + 1}{\sqrt{3x^2 + 4}}$$

$$416. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}}{5\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}}$$

$$417. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})\sqrt[4]{4x}}{\sqrt[4]{x^3} - \sqrt[4]{27}}$$

$$418. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 1}{3^x + 1}$$

$$419. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^{-x} + 5}{2^{-x} - 4}$$

$$420. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^{x+2} - 3}{5^x - 1}$$

$$421. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+8)8^x}{(x+9)9^x}$$

Izračunaj graničnu vrijednost izraza neodređenog oblika  $\infty - \infty$   
 ( $+\infty - (+\infty)$ ,  $-\infty - (-\infty)$ )

$$422. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} \right)$$

$$423. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} \right)$$

$$424. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - \sqrt{2x-3})$$

$$425. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+1})$$

$$426. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2+x})$$

$$427. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x})$$

Izračunaj jednostrane granične vrijednosti

$$428. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1}$$

$$429. \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$$

$$430. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x}}{\sqrt{2x}} \right)$$

$$431. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sqrt{x^2-x^3}}$$

$$432. \lim_{x \rightarrow 2^+} \arctan \frac{1}{x-2}$$

$$433. \lim_{x \rightarrow 2^-} \arctan \frac{1}{x-2}$$

Izračunaj granične vrijednosti uvođenjem nove promjenljive

$$434. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$$

$$435. \lim_{x \rightarrow 81} \frac{3 - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x} - 9}$$

$$436. \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x}-4}{\sqrt{x}-8}$$

$$437. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3}-1}{x+2}$$

$$438. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{2x}-2}$$

$$439. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+27}-3}{x}$$

Koristeći formulu  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$  izračunaj graničnu vrijednost izraza neodređenog oblika  $1^\infty$  ( $1^{+\infty}$ ,  $1^{-\infty}$ )

$$440. \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$$

$$441. \lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}}$$

$$442. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{2}x\right)^{-\frac{1}{x}}$$

$$443. \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$$

$$444. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{4}{x-1}\right)^x$$

$$445. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 - \frac{1}{3x+2}\right)^{x+5}$$

Koristeći formulu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  izračunaj

446.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$

447.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$

448.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

449.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$

450.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$

451.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 9}$

Koristeći formulu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$  izračunaj

452.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

453.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$

454.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3^x}{x}$

455.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x a^x} \right)$

456.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$

457.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a^{x-2} - 1}{x^2 - 4}$

## 2. Asimptote

Pronađi i opiši asimptote krivulje  $y = f(x)$

458.  $y = \frac{2}{x-3}$

459.  $y = \frac{3x^2}{x^2+1}$

460.  $y = \frac{x^3}{2x^2+1}$

461.  $y = \frac{6x-1}{x+2}$

462.  $y = \frac{-x^2+4x}{x-1}$

463.  $y = \frac{x^2}{x^2-9}$

464.  $y = \frac{x^4+x}{x^2+2x-3}$

465.  $y = \frac{-2x^3+3}{x^3-x}$

466.  $y = \frac{5x^4-x^3}{x^3+1}$

467.  $y = \sqrt{\frac{4x-3}{x}}$

468.  $y = \frac{\sqrt{x^2-x}}{3x-1}$

469.  $y = \frac{x-2}{\sqrt{x+2}}$

470.  $y = \frac{1}{\ln x}$

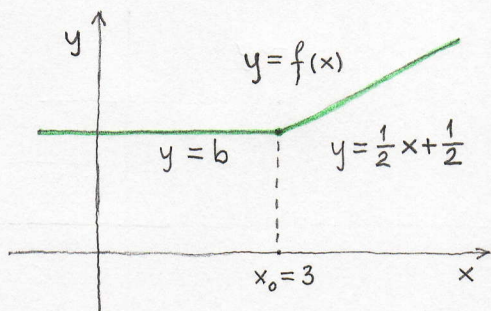
471.  $y = e^{-x^2}$

472.  $y = \frac{\sin x}{x^2}$

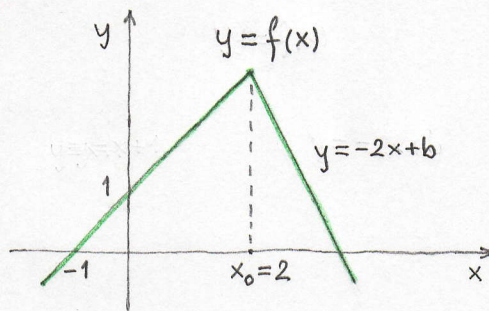
## 3. Neprekidnost

Odredi vrijednost broja  $b$  tako da funkcija  $f(x)$  bude neprekidna u točki  $x_0$ .

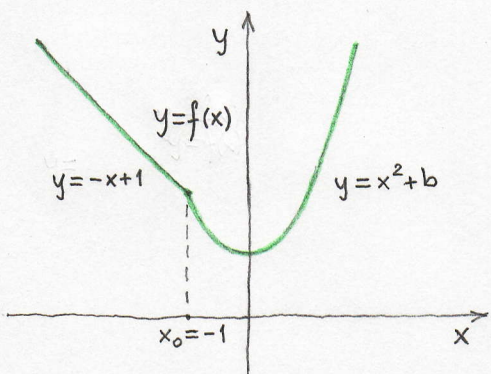
473.



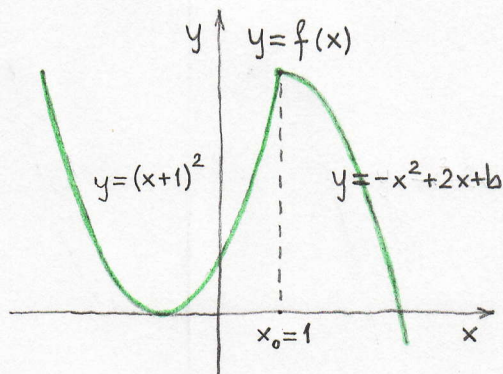
474.



475.



476.



Izračunaj vrijednost broja  $b$  tako da funkcija  $f(x)$  bude neprekidna u točki  $x_0=0$ .

477.

$$f(x) = \begin{cases} 3x+4 & \text{za } x \leq 0 \\ -2x+b & \text{za } x > 0 \end{cases}$$

478.

$$f(x) = \begin{cases} bx-4 & \text{za } x < 0 \\ x^2+2b & \text{za } x \geq 0 \end{cases}$$

479.

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & \text{za } x \neq 0 \\ b & \text{za } x = 0 \end{cases}$$

480.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3^x-1}{x} & \text{za } x \neq 0 \\ b & \text{za } x = 0 \end{cases}$$

481.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{za } x \neq 0 \\ b & \text{za } x = 0 \end{cases}$$

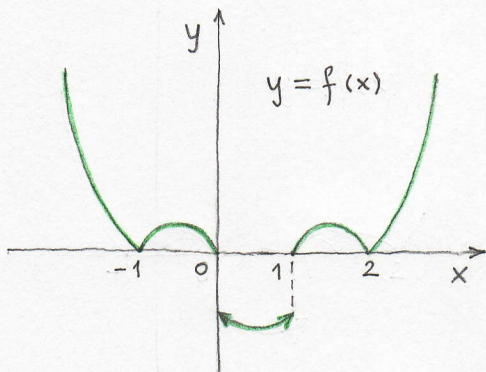
482.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+1)^2-1}{x} & \text{za } x \neq 0 \\ b & \text{za } x = 0 \end{cases}$$

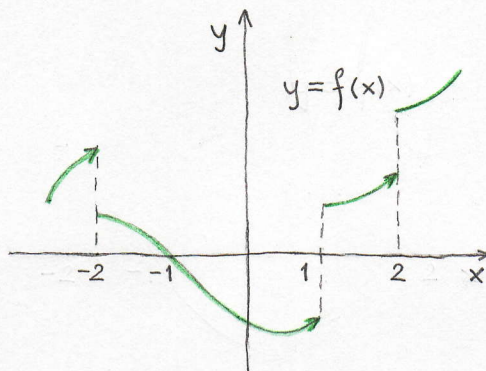


Izdvoji točke u kojima je funkcija  $f(x)$  prekinuta

483.



484.



485.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{za } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{za } 0 < x < 1 \\ 3x+1 & \text{za } x \geq 1 \end{cases}$$

486.

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{za } x < -3 \\ |x| & \text{za } -3 \leq x \leq 3 \\ -x & \text{za } x > 3 \end{cases}$$

Pronađi intervale na kojima funkcija  $f(x)$  ima stalan predznak

487.  $f(x) = x^2 + 2x - 3$

488.  $f(x) = x - x^3$

489.  $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3 - 2x^2}$

490.  $f(x) = x \ln x$

#### 4. Različiti zadatci

Izračunaj graničnu vrijednost izraza koji nije neodređenog oblika

491.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 9x}{x + 5}$

492.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 4x}{x - 4}$

493.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\log_2(-x) + 2}{x - 2}$

494.  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x + e}$

495.  $\lim_{x \rightarrow 0} |x|^{3x+4}$

496.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^x$

497.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 1^x$

498.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^x$

499.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{11}{10} + \frac{1}{x}\right)^x$

500.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{9}{10} + \frac{1}{x}\right)^x$

Izračunaj granične vrijednosti ako one postoje

501.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sin x$

502.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sin x}{x}$

503.  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}$

504.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x}$

505.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x}\right)^x$

506.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{x}\right)^{-x}$

507. U kojoj je točki funkcija predznaka

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1 & \text{za } x < 0 \\ 0 & \text{za } x = 0 \\ 1 & \text{za } x > 0 \end{cases}$$

prekinuta?

508. Odredi vrijednosti broja  $b$  za koje će funkcija

$$f(x) = \begin{cases} (x+b)^2 & \text{za } x \leq 3 \\ x^3 + bx & \text{za } x > 3 \end{cases}$$

biti neprekidna u točki  $x_0 = 3$ .

# ZV. Derivacije

## 1. Derivacija

509. Za funkciju  $f(x) = -x^2 + x$  izračunaj prirast promjenljive  $\Delta x$ , prirast funkcije  $\Delta y$  i količnik  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  pri prijelazu  $x - a$

(1) od 3 do 5

(2) od 3 do 2

510. Za funkciju  $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x}$  izračunaj prirast promjenljive  $\Delta x$ , prirast funkcije  $\Delta y$  i količnik  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  pri prijelazu  $x - a$

(1) od 1 do 4

(2) od 4 do 1

511. Za funkciju  $y = f(x)$  odredi količnik  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  pri prijelazu  $x - a$

(1) od  $x_1$  do  $x_2$

(2) od  $x_2$  do  $x_1$

Je li količnik isti za oba prijelaza?

512. Odredi predznak količnika  $\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$  za  $\Delta x \neq 0$ , ako je funkcija  $f(x)$

(1) rastuća

(2) padajuća

Za funkciju  $y = f(x)$  odredi količnik

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

513.  $y = 13$

514.  $y = x + 13$

515.  $y = x^2 - 1$

516.  $y = \sqrt{x+2}$

517.  $y = 3^x$

518.  $y = \cos x$

Određi derivaciju funkcije  $y = f(x)$  po definicijskoj formuli

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

519.  $y = 7$

520.  $y = x - 7$

521.  $y = x^2 - 2$

522.  $y = \sqrt{x+1}$

523.  $y = 5^x$

524.  $y = \sin x$

525. Ima li funkcija  $f(x) = \sqrt{x}$  derivaciju u nuli?

526. Ima li funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{za } x \leq 0 \\ 2x & \text{za } x \geq 0 \end{cases}$$

derivaciju u nuli?

527. Ima li funkcija  $f(x) = x|x|$  derivaciju u nuli?

Izračunaj brzinu, rasta ili pada, funkcije  $f(x)$  u točki  $x_0$ .

528.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 33$ ,  $x_0 = 2$

529.  $f(x) = 2x - x^2$ ,  $x_0 = 3$

530.  $f(x) = x^3 - 3x$ ,  $x_0 = 1$

Za funkciju  $y = f(x)$  prvo izračunaj prvu derivaciju  $y'$ , a zatim drugu derivaciju  $y''$  po formuli

$$y'' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y'}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(x+\Delta x) - f'(x)}{\Delta x}$$

531.  $y = x$

532.  $y = x^2 + x$

533.  $y = x^3 - x$

534.  $y = \sqrt{x}$

535.  $y = \ln x$

536.  $y = \sin x$

Izračunaj ubrzanje ili usporenje, rasta ili pada, funkcije  $f(x)$  u točki  $x_0$ .

$$537. f(x) = 10x - x^2, \quad x_0 = 3$$

$$538. f(x) = 10x - x^2, \quad x_0 = 8$$

$$539. f(x) = x^3 - 9x, \quad x_0 = 1$$

$$540. f(x) = x^3 - 9x, \quad x_0 = 2$$

$$541. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x, \quad x_0 = 2$$

$$542. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x, \quad x_0 = 3$$

$$543. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x, \quad x_0 = 1$$

## 2. Diferencijal

544. Za funkciju  $f(x) = x^2 + x$  izračunaj prirast promjenljive, prirast funkcije i diferencijal funkcije pri prijelazu  $x - a$

(1) od 2 do 2,1

(2) od 2 do 1,9

545. Za funkciju  $f(x) = \frac{1}{x}$  izračunaj prirast promjenljive, prirast funkcije i diferencijal funkcije pri prijelazu  $x - a$

(1) od  $x_0$  do  $x$

(2) od  $x$  do  $x+h$

546. Odredi diferencijal funkcije  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$  u bilo kojoj točki  $x$  za bilo koji prirast  $\Delta x$ , a zatim izračunaj njegovu vrijednost u točki  $x = 3$  za prirast  $\Delta x = 0,04$ .

547. Bez računanja derivacije pronađi diferencijal funkcije  $f(x) = x^2 - 3x$  izdvajanjem člana  $\Delta x$  iz prirasta funkcije.

548. Pomoću diferencijala približno izračunaj  $\sqrt{10}$ .

549. Pomoću diferencijala izračunaj koliko se približno promijeni površina jednakokraničnog trokuta, ako se njegova stranica poveća s 4 m na 4,2 m.
550. Pomoću diferencijala izračunaj koliko se približno promijeni brid kocke, ako se njen obujam smanji s  $8 \text{ cm}^3$  na  $7 \text{ cm}^3$ .
551. Funkcija  $y = f(x)$  je zadana implicitnom jednačbom  $y \ln x + \sqrt{y} = \sqrt{2}$ . Izračunaj diferencijal funkcije  $y$  u točki  $x=1$  za prirast  $\Delta x = \frac{1}{4}$ .
552. Funkcija  $y = f(x)$  je zadana parametarskim jednačbama  $x = e^t - 3$  i  $y = t^2 + 9t$ . Izračunaj diferencijal funkcije  $y$  u točki  $x = -2$  za prirast  $\Delta x = \frac{1}{3}$ .
553. Odredi drugi diferencijal funkcije  $y = x \sin x$ .
554. Odredi treći diferencijal funkcije  $y = \ln^2 x$ .

### 3. Deriviranje pomoću tablice i osnovnih pravila

Deriviraj funkcije samo uz pomoć tablice

555.  $y = x^5$

556.  $y = x^{\frac{2}{7}}$

557.  $y = x^c$

558.  $y = \frac{1}{x}$

559.  $y = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$

560.  $y = \frac{1}{x^{c+1}}$

561.  $y = \sqrt[4]{x^3}$

562.  $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$

563.  $y = \sqrt{x \cdot \sqrt[5]{x}}$

564.  $y = \frac{x}{\sqrt[3]{x}}$

565.  $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$

566.  $y = \frac{x^c}{\sqrt{x}}$

567.  $y = 2^x$

568.  $y = 2^{3x}$

569.  $y = b^x$

570.  $y = \log_2 x$

571.  $y = \frac{1}{3} \log_2 x$

572.  $y = \log_b x$

573.  $y = \sqrt{2}$

574.  $y = e^\pi$

575.  $y = \log_b \pi$

Deriviraj funkcije služeći se tablicom i osnovnim pravilima

576.  $y = x^3 + x$

578.  $y = \sin x + \cos x - 1$

580.  $y = 7x^4$

582.  $y = 10 \log x$

584.  $y = (a+3)x$

586.  $y = ax^b$

588.  $y = 1 - 2x + 3e^x$

590.  $y = ax + b \sin x - c$

592.  $y = x \cos x$

594.  $y = (3x^2 + 4x)(e^x - 2)$

596.  $y = \frac{x}{x+1}$

598.  $y = \frac{\sin x + x}{\cos x}$

600.  $y = \frac{x e^x}{e^x - 1}$

602.  $y = 2(1-x^2) \arcsin x$

577.  $y = x^2 - \sqrt{x}$

579.  $y = 3^x - \log_3 x + 2$

581.  $y = -5 \sqrt[3]{x}$

583.  $y = -4 \arcsin x$

585.  $y = (b-3) \sqrt[4]{x}$

587.  $y = abe^x$

589.  $y = x^2 + 4x^3 - 6 \ln x$

591.  $y = a \log_b x + c^x + 5$

593.  $y = (x^2 + 1) \arctan x$

595.  $y = (x^4 + 2x^3 - 3 \ln x) \sin x$

597.  $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$

599.  $y = \frac{\sin x - \cos x}{\tan x - \cot x}$

601.  $y = \frac{x-1}{x \ln x}$

603.  $y = x e^x \sin x$

#### 4. Deriviranje složenih funkcija

Deriviraj dvosložne funkcije

604.  $y = (5x - 4)^3$

606.  $y = \sqrt{x+3}$

605.  $y = (1 - \sin x)^4$

607.  $y = \sqrt[4]{(x-1)^3}$

608.  $y = \sin 3x$

610.  $y = \sin(\cos x)$

612.  $y = \ln(2x-7)$

614.  $y = \ln(\log x)$

616.  $y = \arcsin e^x$

618.  $y = (\sin x + \cos x)^5$

620.  $y = \ln(x + e^x)$

622.  $y = \cos(x \sin x)$

624.  $y = \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^3$

626.  $y = 2^{3^x}$

609.  $y = \tan(6x+5)$

611.  $y = \tan(\cot x)$

613.  $y = \log(x^2+x)$

615.  $y = \log(\ln x)$

617.  $y = \arctan 2^x$

619.  $y = \sqrt{x^3+3^x}$

621.  $y = \log(x^2 - \sin x + 1)$

623.  $y = \cot(x \tan x)$

625.  $y = \ln \frac{x}{x+1}$

627.  $y = (e+1)^{e^x}$

Deriviraj trosložne funkcije

628.  $y = \sin \cos 2x$

630.  $y = \cos^2(x-1)$

632.  $y = \sin^3 \frac{x-1}{x}$

634.  $y = \sqrt[3]{\sin(x^2-x)}$

636.  $y = e^{\arctan e^x}$

629.  $y = \ln \log \ln x$

631.  $y = \ln^3(\sin x + 1)$

633.  $y = \log^2 \frac{x^2+1}{x^2}$

635.  $y = \sqrt{\arcsin \sqrt{x}}$

637.  $y = 2^{\ln^2 x}$

5. Deriviranje inverznih funkcija

Zamjenom uloga varijabli i zamjenom uloga diferencijala deriviraj funkcije



638.  $y = \sqrt{x}$

639.  $y = \sqrt[3]{x}$

640.  $y = \log x$

641.  $y = \log_3 x$

642.  $y = \arccos x$

643.  $y = \arctan x$

644.  $y = \operatorname{ar} \sinh x$

645.  $y = \operatorname{ar} \coth x$

## 6. Deriviranje implicitno zadanih funkcija

Deriviraj funkcije  $y = f(x)$  zadane implicitnim jednažbama

646.  $1 + x = y^2$

647.  $x^2 + y^2 = xy$

648.  $x + y = x^3 y^3$

649.  $x - y = \sin y$

650.  $x^3 y + \sqrt[3]{y} = 0$

651.  $\ln y - \sqrt{xy} = 2$

652.  $e^{xy} - x + y = 0$

653.  $e^{\sin x} - e^{\sin y} = e$

654.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{4}$

655.  $\ln \frac{x}{y} = \frac{x^2}{y} - \frac{9}{2}$

656. Izračunaj  $y'$  za  $x = -2$ , ako je  $x^3 + xy + y = 0$ .

657. Izračunaj  $y'$  za  $y = 1$ , ako je  $x + \ln y = \sqrt{\frac{y}{x}}$ .

## 7. Deriviranje parametarski zadanih funkcija

Deriviraj funkcije  $y = f(x)$  zadane parametarskim jednažbama

658.  $x = t^2 - 3t, y = t^2 + 3t$

659.  $x = \ln t, y = \sqrt{t}$

660.  $x = t\sqrt{t}, y = t\sqrt[3]{t}$

661.  $x = te^t, y = (t-1)e^t$

662.  $x = \frac{t+1}{t}, y = \frac{t}{t+1}$

663.  $x = \frac{1}{t} \ln t, y = \ln^2 t$

664. Izračunaj  $y'$  za  $x=5$ , ako je  $x=t^3-3$  i  $y=t^3-4t$ .

665. Izračunaj  $y'$  za  $y=2$ , ako je  $x=\frac{2t-3}{t+1}$  i  $y=\frac{t+2}{t-1}$ .

### 8. Deriviranje različitih eksplicitno zadanih funkcija

Deriviraj funkcije služeći se tablicom, osnovnim pravilima i pravilom za derivaciju složene funkcije

$$666. y = 2 \sin x + 3x \cos x$$

$$667. y = 3\pi - 2x^2 \ln x$$

$$668. y = \frac{4}{3x} - \frac{5x}{x-1} + \frac{1}{6}$$

$$669. y = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3 \ln x}{x} - \frac{4}{c}$$

$$670. y = x^3 + \frac{\sin x}{4} + \cos^3 x$$

$$671. y = \sqrt[3]{x} - \frac{\cos x}{\pi} + \sqrt[3]{\sin x}$$

$$672. y = \sqrt{4x^5} - 5 \cos x - \sqrt{2 \cos x}$$

$$673. y = e + ae^x - be^{-x}$$

$$674. y = \sqrt{ax} + \sqrt{x \sin x}$$

$$675. y = b \ln x - \sqrt[5]{x \ln x}$$

$$676. y = ax^2 - \sqrt{\frac{x}{x+1}}$$

$$677. y = \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$678. y = \sin(x^2) - \cos(x^2)$$

$$679. y = \arcsin \sqrt{x} + \arctan \sqrt{x}$$

$$680. y = 2 \cos \sqrt{x-1} + 1$$

$$681. y = \frac{\ln 10}{10} \log^3(x+10)$$

$$682. y = \sqrt{e^x} + \sqrt{e^{x^2}}$$

$$683. y = x^e - \arctan e^{\sqrt{x}}$$

$$684. y = \sin^2 \cos(x^2)$$

$$685. y = 4 \sqrt[4]{\ln^5(e^x + 1)}$$

Deriviraj funkcije koje sadrže apsolutnu vrijednost

Deriviraj funkcije koje sadrže apsolutnu vrijednost i pravilom za derivaciju složene funkcije

686.  $y = |x|$

687.  $y = |x+2|$

688.  $y = |x|^{-1}$

689.  $y = |x^2 - 3x|$

690.  $y = |\sin x|$

691.  $y = x|x|$

692.  $y = \ln|x|$

693.  $y = |\ln x|$

694.  $y = |\ln|x||$

Deriviraj funkciju  $y$  tako da ju prvo logaritmiras

695.  $y = x^x$

696.  $y = (x+1)^{\ln x}$

697.  $y = (\sin x)^{\cos x}$

Deriviraj neprekidnu funkciju  $y$  tako da prvo deriviraš njenu lijevu i desnu granu, a zatim proučiš derivaciju u veznoj točki

698.  $y = \begin{cases} x & \text{za } x < 0 \\ x^2 & \text{za } x \geq 0 \end{cases}$

699.  $y = \begin{cases} -x^2 & \text{za } x < 0 \\ x^2 & \text{za } x \geq 0 \end{cases}$

700.  $y = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{za } x \neq 0 \\ 1 & \text{za } x = 0 \end{cases}$

701.  $y = \begin{cases} x \ln|x| & \text{za } x \neq 0 \\ 0 & \text{za } x = 0 \end{cases}$

## 9. Derivacije višeg reda

702. Odredi drugu derivaciju  $f''(x)$  funkcije  $f(x) = x^2 + x$  i izračunaj  $f''(0)$ .

703. Odredi treću derivaciju  $f'''(x)$  funkcije  $f(x) = (x-5)^2$  i izračunaj  $f'''(10)$ .

704. Izračunaj  $f''(1)$ , ako je  $f(x) = e^{x-1} - \cos(x-1)$ .

705. Izračunaj  $f''(\frac{1}{4})$ , ako je  $f(x) = 2\sqrt{x} + \ln x$ .

706. Uvjeri se da funkcija  $f(x) = xe^{-x}$  zadovoljava "derivacijsku" jednadžbu:  $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 0$ .

707. Uvjeri se da funkcija  $f(x) = x \ln x$  zadovoljava "derivacijsku" jednadžbu:  $f(x) - x f'(x) + x^2 f''(x) = 0$ .

708. Izračunaj  $y''$  za  $x=1$ , ako je  $x \ln y + y \ln x = 0$ .

709. Izračunaj  $y''$  za  $y=4$ , ako je  $xy = 4 + 4\sqrt{y}$ .

710. Izračunaj  $y''$  za  $y=0$ , ako je  $x = \ln t$  i  $y = t - 1$ .

711. Izračunaj  $y''$  za  $x=2$ , ako je  $x = t^3 + 3$  i  $y = t^2 + t$ .

### 10. L'Hospital-Bernoullievo pravilo za neodređene oblike

Izračunaj granične vrijednosti oblika  $\frac{0}{0}$  ili  $\frac{\infty}{\infty}$  neposrednom primjenom L'Hospital-Bernoullievog pravila

$$712. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$713. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$714. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$$

$$715. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x - \sin x}$$

$$716. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - \sin x}{x^3}$$

$$717. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^3 + x^2}$$

$$718. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$$

$$719. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^x - 9}{x^2 - 4}$$

$$720. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

$$721. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$$

$$722. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2}$$

$$723. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$$

$$724. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - 2^x}{2 + x^2}$$

$$725. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot x}{\cot 2x}$$

$$726. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log_a x}{\log_b x}$$

$$727. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{ar sinh} x}{\ln x}$$

Izračunaj granične vrijednosti oblika  $0 \cdot \infty$  ili  $\infty - \infty$  svodenjem na oblik  $\frac{0}{0}$  ili  $\frac{\infty}{\infty}$ , te primjenom L'Hospital-Bernoulliovog pravila

728.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

729.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \ln x$

730.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 4}{x^2 - x} \tan x$

731.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 10^x \log(10 - x)$

732.  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{12}{4-x} - \frac{3}{2-\sqrt{x}} \right)$

733.  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{1}{x+2} + \frac{2}{x^2+2x} \right)$

734.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

735.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x} \right)$

Izračunaj granične vrijednosti oblika  $1^\infty$ ,  $0^0$  ili  $\infty^0$  svodenjem na oblik  $\frac{0}{0}$  ili  $\frac{\infty}{\infty}$  pomoću logaritmiranja, te primjenom L'Hospital-Bernoulliovog pravila

736.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

737.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan 2x}$

738.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\cos x)^{\sin 2x}$

739.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (10^x)^{\ln \frac{x+1}{x}}$

740.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

741.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+\sqrt{x})^{\frac{1}{\ln x}}$

Izračunaj granične vrijednosti, na koje se ne može primijeniti L'Hospital-Bernoulliovo pravilo, izlučivanjem i kraćenjem

742.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x + \cos x}{x + 1}$

743.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sin x + 3x}{\sin x + 4x}$

744.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \cos x}{x^2 + 1}$

745.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 2^x + 3^x}{\cos x + e^x - 3^x}$

## 11. Tangenta i normala

746. Odredi jednadžbe tangente i normale krivulje  $y = x^3 - x^2$  u točki čija apscisa iznosi 2.
747. Odredi jednadžbe tangente i normale krivulje  $y = 2 - x^5$  u točki čija ordinata iznosi 3.
748. Odredi tangente krivulje  $y = x^2 + x - 6$  u njenim sjecištima s apscisom.
749. Odredi tangentu krivulje  $y = e^x$  u njenom sjecištu s ordinatom.
750. Odredi jednadžbe tangente i normale krivulje  $x = \ln y + 2\sqrt{y}$  u točki s ordinatom  $y = 1$ .
751. Pronađi tangentu krivulje  $y = \ln(3x - 5)$  koja je usporedna s pravcem  $y = 3x - 2$ .
752. Pronađi tangente krivulje  $y = x^3 - x^2 + 1$  koje su usporedne s pravcem  $x - y = 1$ .
753. Odredi tangente, hiperbole  $y = \frac{1}{x}$ , usporedne sa sekantom koja prolazi točkama hiperbole čije su apscise 1 i 2.
754. Odredi tangentu i normalu krivulje  $x\sqrt{y} = x^3 + 1$  u točki s apscisom  $x = 1$ .
755. Odredi tangentu i normalu krivulje,  $x = \frac{1+t}{1-t}$  i  $y = \frac{t}{t-1}$ , u točki s ordinatom  $y = -2$ .
756. Odredi tangentu i normalu krivulje  $x^3 + y^2 - y + 1 = 0$  u njenom sjecištu s apscisom.
757. Odredi tangentu i normalu krivulje,  $x = \ln t$  i  $y = t^2 + t$ , u njenom sjecištu s ordinatom.

758. Pronađi tangente krivulje  $y = x^3 - x + 1$  koje prolaze točkom  $A(2, -1)$ .
759. Pronađi normalu krivulje  $y = 2\sqrt{x}$  koja prolazi točkom  $A(6, 0)$ .
760. Izračunaj najkraću udaljenost točke  $A(4, 1)$  od krivulje  $y = \frac{1}{2}x^2$ .
761. Izračunaj kut u sjecištu parabola  $y = x^2 + 1$  i  $y = (x - 1)^2$ .
762. Izračunaj kut u sjecištu krivulja  $y = \sqrt{x}$  i  $y = \frac{8}{x}$ .

## 12. Ekstremi

Ispitaj ekstreme funkcija

763.  $f(x) = x^2 - 6x + 2$

764.  $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

765.  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 1$

766.  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3$

767.  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$

768.  $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x + 1}$

769.  $f(x) = \sqrt{6x - x^2}$

770.  $f(x) = \sqrt{x^3 - 5x^2 + 7x}$

771.  $f(x) = 4^{2x^3 - 3x^2}$

772.  $f(x) = \log_2(x^2 - 2x + 5)$

773.  $f(x) = x \ln x$

774.  $f(x) = (\ln 10) \log x - x$

775.  $f(x) = x^{-1}e^x$

776.  $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 5$

777.  $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

778.  $f(x) = x + \sqrt{x}$

779.  $f(x) = \sqrt[4]{2x - x^2} + 4$

780.  $f(x) = \sqrt[5]{(x+1)^2} + 5$

781.  $f(x) = x - 3\sqrt[3]{x}$

782.  $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} + \frac{2}{3}x$

783.  $f(x) = \sin \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$

784.  $f(x) = \arcsin(1 - x^2)$

## 13. Konveksnost, konkavnost, infleksija

Ispitaj točke infleksije te odredi područja konveksnosti i konkavnosti krivulja

785.  $y = x^3 - 3x^2 + 5$

786.  $y = \sqrt[3]{x+4}$

787.  $y = \frac{3}{10}x^5 + x^4 + x^3 + 2$

788.  $y = \frac{x-2}{x}$

789.  $y = \ln(x^2+1)$

790.  $y = (x^2+1)e^x$

791.  $y = \sqrt[3]{x^2-2x}$

792.  $y = \frac{1}{6x^2} - \frac{1}{x} - \ln x$

## 14. Tok funkcije

Ispitaj tok i nacrtaj graf funkcija

793.  $f(x) = 3x^4 - 4x^3$

794.  $f(x) = x^4 - 2x^2$

795.  $f(x) = x^3 + x^2$

796.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$

797.  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

798.  $f(x) = \frac{x^2+3x}{x-1}$

799.  $f(x) = \frac{3-x^2}{2+x}$

800.  $f(x) = \frac{x^3}{3x^2+1}$

801.  $f(x) = \sqrt{x^2-4x+5}$

802.  $f(x) = \sqrt{3+2x-x^2}$

803.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2+2x}$

804.  $f(x) = \sqrt[3]{x^4-x^2}$

805.  $f(x) = e^{1-x^2}$

806.  $f(x) = (x-1)e^x$

807.  $f(x) = \log_{\frac{5}{2}}(6+x-x^2)$

808.  $f(x) = \log_4(x^3-8)$

809.  $f(x) = \ln(-4x^2+8x-3)$

810.  $f(x) = x^2 - 2 \ln x$



811.  $f(x) = 1 - \sqrt[3]{(x+1)^2}$

812.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{3}x$

813.  $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$

814.  $f(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

## 15. Zakrivljenost

815. Izračunaj zakrivljenost krivulje  $y = x^3 + 3$ , prvo u bilo kojoj točki, a potom u točki s ordinatom  $y = 2$ .
816. Izračunaj zakrivljenost sinusoida  $y = \sin x$  u ishodištu. U kojim je točkama zakrivljenost najveća i koliko ona iznosi?
817. U kojoj je točki parabole  $y = x^2 - 2x + 4$  zakrivljenost najveća? Koliko iznosi ta najveća zakrivljenost?
818. Odredi zakrivljenost prirodne eksponencijalne funkcije  $y = e^x$  i pronadi njeno tjeme.
819. U kojoj točki krivulje  $y = x^3 - 3x^2$  zakrivljenost iznosi 0?
820. Izračunaj zakrivljenost i maksimalnu zakrivljenost lančanice  $y = \cosh x$ .
821. Izračunaj zakrivljenost krivulje  $2y - \ln(x+y) = 0$  u njenom sjecištu s apscisom.
822. Izračunaj zakrivljenost krivulje,  $x = 4 - t^2$  i  $y = t^{\frac{3}{2}}$ , u točki za koju je  $x = 3$ .
823. Odredi zakrivljenost kružnice poluprijeka  $a$ .
824. Odredi zakrivljenost hiperbole s poluosima  $a$  i  $b$ . Kolika je njena maksimalna zakrivljenost?

## 16. Taylorova formula

825. Odredi Taylorov polinom trećeg stupnja za funkciju  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  oko broja  $x_0 = 2$ .
826. Odredi Taylorov polinom trećeg stupnja za funkciju  $f(x) = \sqrt{x}$  oko točke  $x_0 = 1$ . Približno izračunaj  $\sqrt{2}$ .
827. Pomoću Taylorovog polinoma trećeg stupnja približno izračunaj  $\sqrt[3]{2}$ .
828. Odredi Taylorov polinom petog stupnja za funkciju  $f(x) = \sin x$  oko  $x_0 = 0$ . Približno izračunaj  $\sin 1$  i  $\sin 2$ . Pomoću džepnog računala provjeri koja je približna vrijednost bolja. Zašto je bolja?
829. Zašto Taylorov polinom funkcije  $f(x) = \sin x$  oko nule sadrži samo neparne potencije od  $x$ ?
830. Odredi Taylorov polinom trećeg stupnja za funkciju  $f(x) = \arctan x$  oko  $x_0 = 0$ . Približno izračunaj  $\arctan \frac{1}{2}$ .
831. Odredi Taylorov polinom  $n$ -tog stupnja za funkciju  $f(x) = e^x$  oko  $x_0 = 0$ .
832. Odredi Taylorov polinom četvrtog stupnja za funkciju  $f(x) = \ln(x+1)$  oko  $x_0 = 0$ . Približno izračunaj  $\ln \frac{1}{2}$ .
833. Pronađi polinom drugog stupnja koji najbolje zamjenjuje lančanicu  $y = \cosh x$  u okolini nule.
834. Od svih polinoma drugog ili trećeg stupnja pronajđi onaj koji najbolje zamjenjuje kosinusoidu  $y = \cos x$  u okolini nule.
835. Funkcija  $y = f(x)$  je zadana implicitnom jednačinom  $x\sqrt{y} - \ln y = 0$ . Odredi njen Taylorov polinom drugog stupnja oko broja  $x_0 = 0$ .

836. Funkcija  $y = f(x)$  je zadana parametarskim jednadžbama  $x = t^2 - 2t$  i  $y = \ln(-t)$ . Odredi njen Taylorov polinom drugog stupnja oko broja  $x_0 = 3$ .

## 17. Različiti zadatci

837. Gibanje točke  $T$  u prostoru je određeno vektorom položaja  $\vec{r}$  ovisno o vremenu  $t$ , pravilom

$$\vec{r} = (t^3 - 4t^2)\vec{i} + (t^2 - 5t)\vec{j} + (2t + 1)\vec{k}.$$

Izračunaj vektore brzine  $\vec{v}$  i akceleracije  $\vec{a}$  u trenutku  $t = 3$ .

838. Vektor položaja pri gibanju točke  $T$  u prostoru je zadan pravilom

$$\vec{r} = (t^2 - t - 1)\vec{i} + (3t^2 - t^3)\vec{j} + t^2\vec{k}.$$

Izračunaj iznose brzine i akceleracije točke  $T$  u trenutku  $t = 2$ .

839. Ima li krivulja  $y = e^x$  tangentu koja je usporedna s pravcem  $y = -x$ ?

840. Ima li funkcija  $f(x) = \log(x^2 - 2x - 3)$  stacionarnih točaka?

841. Pronađi stacionarne točke funkcije  $f(x) = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 1}$ .

842. Pronađi ekstreme funkcije  $f(x) = \ln(3x^2 - 2x^3)$ .

843. Pronađi ekstreme funkcije  $y = f(x)$  zadane implicitnom jednadžbom  $2y^2 - 3y = x - 2\sqrt{x}$ .

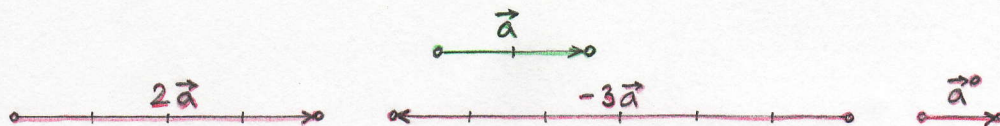
844. Pronađi ekstreme funkcije  $y = f(x)$  zadane parametarskim jednadžbama  $x = t^2 + 3t$  i  $y = -t^2 + 4t$ .

845. Dokaži da se deriviranjem mijenja parnost funkcije; derivacija parne funkcije je neparna funkcija i obrnuto.

846. Navedi primjer neprekinute funkcije koja nema derivaciju u točki  $x = 0$ .
847. Navedi primjer neprekinute funkcije koja nema derivaciju u točki  $x = 1$ .
848. Navedi primjer neprekinute funkcije koja nema derivaciju u točkama  $x = 0$  i  $x = 1$ .
849. Navedi primjer funkcije koja ima neprekinutu prvu derivaciju, a nema drugu derivaciju u točki  $x = 0$ .
850. Mora li polinom trećeg stupnja imati ekstrem?
851. Može li polinom trećeg stupnja imati točno ovoliko ekstrema:  
(1) jedan      (2) dva      (3) tri
852. Mora li polinom četvrtog stupnja imati ekstrem?
853. Može li polinom četvrtog stupnja imati točno ovoliko ekstrema:  
(1) jedan      (2) dva      (3) tri      (4) četiri

## R. Rješenja

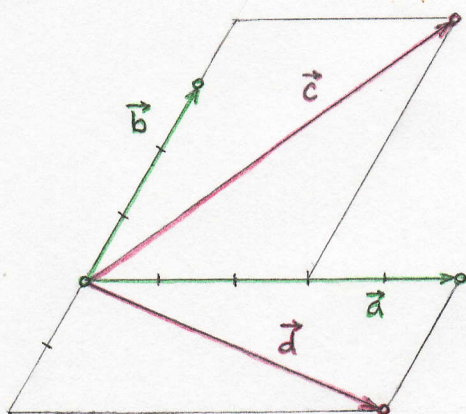
1.



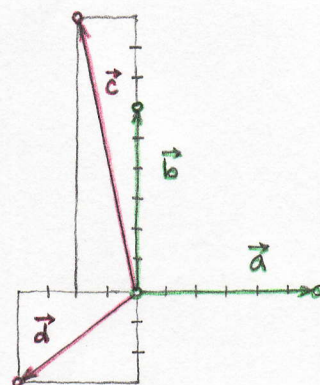
2. 15 cm

3.  $L = a$ 

4.



5.



6.  $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $\vec{d} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$  7. 5 8.  $\sqrt{19}$  (poučak o kosinusima)

9.  $\vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$ ,  $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BD}$  10.  $\vec{AP} = \frac{3}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$  11.  $\vec{0}$

12.  $\vec{a} = \vec{0}$  ili  $\vec{b} = \vec{0}$ ,  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$  13.  $\vec{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ,  $\vec{GA} = -\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ ,  $\vec{BH} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

14.  $\vec{AP} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$

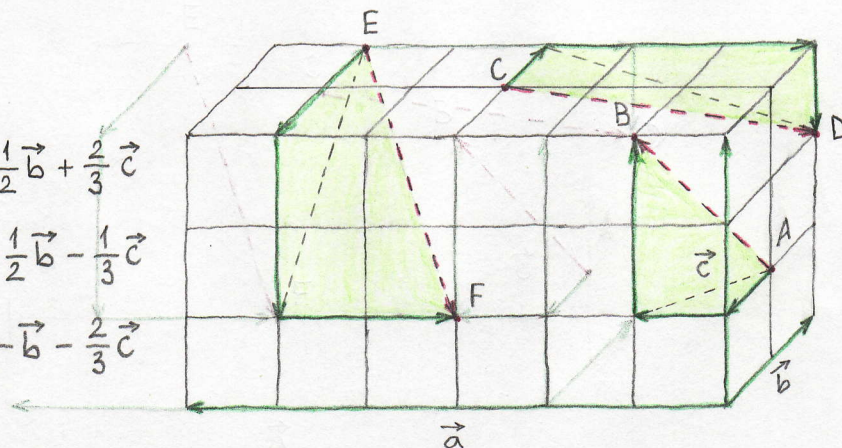
15.  $\vec{SG} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

16.

$$\vec{AB} = \frac{1}{6}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$$

$$\vec{CD} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$$

$$\vec{EF} = -\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$$



17.  $\vec{r}_P = \frac{1}{2}(\vec{r}_A + \vec{r}_B)$

18.  $\vec{r}_C = \frac{3}{4}\vec{r}_A + \frac{1}{4}\vec{r}_B$

19.  $\vec{t}_A = -\vec{r}_A + \frac{1}{2}\vec{r}_B + \frac{1}{2}\vec{r}_C$

20.  $\vec{AB} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$  21.  $B(3, -3, 7)$  22.  $(-5, -3, 2)$  23.  $a = \sqrt{38} \text{ dm}$

24.  $\vec{AB}^\circ = -\frac{3}{7}\vec{i} - \frac{2}{7}\vec{j} + \frac{6}{7}\vec{k}$  25.  $\vec{b} = 5\vec{a} = \frac{5}{3}(2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$  26. 2

27.  $\alpha = \pm \cos \varphi$  28.  $\beta = \pm \sin \varphi$  29.  $P(-3, 3, -1)$  30.  $C(2, -\frac{4}{3}, 2)$

31. (1)  $S(\frac{3}{2}, -2, -1)$  (2)  $S(\frac{7}{2}, -2, -3)$  32.  $C(1, 5, 3)$

33. (1)  $\vec{b} = 4\vec{a}$  (2)  $\vec{b} = -\frac{3}{4}\vec{a}$  (3)  $\vec{b} = \frac{2}{5}\vec{a}$  (4)  $\vec{b} = -\frac{2}{3}\vec{a}$

34. (1)  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

(2)  $\vec{c} = -\vec{a} + 4\vec{b}$

(3)  $\vec{c} = 3\vec{a} + 5\vec{b}$

(4)  $\vec{c} = -2\vec{a} + 2\vec{b}$

35. (1)  $\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}$

(2)  $\vec{d} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$

(3)  $\vec{d} = -2\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$

(4)  $\vec{d} = \vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$

36. (1) Zavisan,  $\vec{a} = -3\vec{b} + 0\vec{c}$  (2) Nezavisan 37. Ne mogu

38.  $\frac{15}{2}\sqrt{3} \text{ m}^2$  39.  $\alpha = ab$  40.  $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$  41. 8, -8

42.  $10 \text{ m}^2$  43.  $-40 \text{ cm}^2$  44.  $W = 25 \text{ Nm}$

45. (1)  $82^\circ 20' 16''$  (2)  $90^\circ$  (3)  $155^\circ 07' 48''$  (4)  $40^\circ 53' 36''$

46.  $a = b = c$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$  47.  $120^\circ$  48.  $a = \sqrt{67}$

49. (1)  $\vec{b}_a = -\frac{4}{3}$ ,  $\vec{b}_a = -\frac{4}{9}(2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$

(2)  $\vec{b}_a = \frac{3}{10}\sqrt{10}$ ,  $\vec{b}_a = \frac{3}{10}(3\vec{j} + \vec{k})$

(3)  $\vec{b}_a = -\frac{25}{14}\sqrt{7}$ ,  $\vec{b}_a = -\frac{25}{28}(\vec{u} - 2\vec{v})$

(4)  $\vec{b}_a = \frac{2}{13}$ ,  $\vec{b}_a = \frac{2}{169}(3\vec{u} + \vec{v})$

50. (1)  $3\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{k}$  51. (1)  $\vec{i} - 2\vec{k}$  52. (1) -1 53. (1) 0

(2)  $-3\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$  (2)  $-6\vec{i} + 12\vec{k}$  (2) 1 (2) 1

(3) 0 (3) -2

54. (1)



(2)



(3)



(4)



55. 12                      56.  $90^\circ$                       57.  $\mathcal{L} = ab$                       58.  $\vec{a} \times \vec{b} = -15\vec{i} - 13\vec{j} - 9\vec{k}$

59. (1)  $B(-2, -20, -4)$                       (2)  $B(1, -11, 0)$                       60.  $\frac{1}{3}(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$

61.  $A(10, -11, 2)$                       62.  $\vec{a} \times \vec{b} = 14\vec{u} \times \vec{v}$

63. (1)  $5\sqrt{35}$                       (2)  $\sqrt{33}$                       (3)  $\frac{27}{2}$                       (4) 28                      64.  $\sqrt{6}$

65.  $\frac{1}{2}\sqrt{202} \text{ m}^2$                       66.  $\frac{3}{2}\sqrt{69}$                       67.  $\sqrt{\frac{46}{11}} \text{ cm}$                       68.  $\sqrt[3]{\frac{3}{7}}$

69.  $\vec{a} \parallel \vec{b}$                       70.  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = 11\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 2\vec{i} - 16\vec{j} + 5\vec{k}$

71. Vektori  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{c}$  i  $\vec{c}'$  su komplanarni; kraće vrtanje od  $\vec{a} \times \vec{b}$  prema  $\vec{c}$  i  $\vec{c}'$  su istog smjera; duljina oba vektora  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  i  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}'$  iznosi  $abc' \sin \varphi$  gdje je  $\varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b})$

72. (1) 0                      (2) 1                      (3) 2                      73. (1)  $\sqrt{2}$                       (2)  $\sqrt{3}$                       (3)  $2\sqrt{2}$

74.  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = -19$ , lijevi                      75. Jednake su

76. (1)  $\mathcal{L} = ac$                       77. (1)  $30 \text{ m}^3$                       78. (1)  $2 \text{ dm}^3$

(2)  $\mathcal{L} = \frac{a}{b}$                       (2)  $1 \text{ cm}^3$                       (2)  $\frac{3}{2} \text{ m}^3$

79. 2                      80.  $\frac{15}{41}\sqrt{41}$                       81.  $\frac{11}{69}\sqrt{69}$                       82.  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = -7$ , Ne pripadaju

83.  $x = -1$ ,  $x = 4$                       84. (1) 0                      (2) -1                      (3) 2

85. (1)  $3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$                       (2)  $2\vec{i} + 30\vec{j} - 9\vec{k}$                       (3)  $8(20\vec{i} - 5\vec{j} + 12\vec{k})$                       (4)  $-32\vec{i} + 8\vec{j} - 7\vec{k}$

86.  $c = \sqrt{230}$                       87.  $90^\circ$                       88. (1) Jesu                      (2) Nisu                      (3) Jesu                      89. 80

90.  $\pm \frac{9}{7}(2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k})$                       91.  $\vec{x} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ ,  $\vec{x} \cdot \vec{c} = 0$ ,  $\vec{x} \cdot \vec{d} = 19$ ,  $\vec{x} = -8\vec{i} - 6\vec{j} + 5\vec{k}$

92.  $\vec{r}_T = \frac{1}{3}(\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C)$                       93.  $T(\frac{4}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{2}{3})$

94.  $\vec{r}_T = \frac{1}{4}(\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C + \vec{r}_D)$                       95.  $T(\frac{13}{4}, \frac{1}{4}, -1)$

96.  $N(x, y, z)$ ,  $\vec{AN} = \mathcal{L}\vec{AB}$ ,  $\vec{AB} \cdot \vec{CN} = 0$ ,  $N(-1, 4, 2)$

97.  $S(x, y, z)$ ,  $\vec{AS} = \mathcal{L}\vec{AB} + \beta\vec{AC}$ ,  $\vec{AB} \cdot \vec{PS} = 0$ ,  $\vec{AC} \cdot \vec{QS} = 0$ ,  $S(1, 0, -3)$

98.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$                       99.  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$                       100.  $\tan \varphi = \frac{\|\vec{a} \times \vec{b}\|}{\|\vec{a} + \vec{b}\|} = \sqrt{2}$ ,  $\varphi = 54^\circ 44' 08''$

101.  $x = -6, y = 3 + 4t, z = 1 - 5t; \frac{x+6}{0} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{-5}$       102.  $\frac{x}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$
103.  $\frac{x-2}{0} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{0}$       104.  $\frac{x}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{6}$       105. (1)  $\frac{x-3}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$
106. (1)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3}$       107. A pripada      (2)  $\frac{x}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{-3}$
- (2)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{0}$       B ne pripada      (3)  $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{0}$
108. Usporedni su      109. Isti su      110.  $a = 3, b = 2$
111.  $T_1(2, -3, 6), T_2(3, -6, -2)$       112. Mimosložni su      113.  $S(-1, 2, 0)$
114.  $S(5, -1, 3)$       115.  $\frac{x-2}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-16}, \frac{x-2}{5} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{1}$
116.  $\frac{5\sqrt{5}}{3}$       117.  $\frac{\sqrt{29}}{29}$       (usporedni vektori simetrala su  $\vec{s}_1^0 \pm \vec{s}_2^0$ )
118.  $d(T, p) = \frac{\|\vec{s} \times \vec{T}_0 \vec{T}\|}{s}$       119.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$       120.  $N_1(1, 2, 1), N_2(4, 2, 1), d = 3$
121.  $70^\circ 31' 44''$       122.  $\frac{x}{2} = \frac{y-4}{0} = \frac{z}{3}$       123.  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$  ( $\vec{T}\vec{T}_1 =$   
 $\perp \vec{T}\vec{T}_2$  gdje je  $T_1$  opća točka prvog, a  $T_2$  opća točka drugog pravca)
124.  $4(x-5) - 2(y+1) - 7(z-3) = 0, 4x - 2y - 7z - 1 = 0$       125.  $x = 0$       126.  $y = 3$
127.  $5x + y + 3z - 16 = 0$       128. (1)  $y = 4$       (2)  $x + z = 4$       (3)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1$
129.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{6} = 1$       130.  $x - 2y + 3z - 10 = 0$       131. A, C      132.  $C \in \mathbb{R}, D = 2$
133.  $3x - 5y - 2z = 14$       134.  $d(T, \pi) = \frac{|\vec{\pi} \cdot \vec{T}_0 \vec{T}|}{n}$       135.  $\sqrt{10}$       136. Presijecaju
137. (1)  $\frac{x}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{3}$       (2)  $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-4}{0}$       (3)  $\frac{x}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z-13}{1}$
138.  $3x - z = 5, x - 4y + 3z = -5$  (okomiti vektori simetrala su  $\vec{n}_1^0 \pm \vec{n}_2^0$ )
139.  $5x - y + 3z = 2$  (ravnina prolazi polovištem dužine  $\overline{T_1 T_2}$  gdje je  $T_1$  bilo koja točka prve, a  $T_2$  bilo koja točka druge ravnine)
140.  $(3t_1 - t_2)x + 4t_2y - 2t_1z = 4t_1 + 5t_2$
141. (1)  $5tx + (3t-2)y + (t+4)z = 1$       (2)  $5x + (3-2t)y + (1+4t)z = t$



142.  $8x + 3z = 16$

143.  $12x - 5y - 6z = 13$

144.  $60^\circ$

145.  $x + 2y + z = 4$ ,  $2x + y - z = 2$

146.  $x - y + 2z = 8$ ,  $x + 2y - z = -10$

147.  $P(12, 21, -12)$

148. Leži

149. Nemaju

150.  $A \neq 0$

151.  $A=1, D=-6$

152.  $x - y - z = 2$

153.  $x + y + 4z = 4$

154.  $-5x + 2y + 10z = 6$

155.  $x = 6$

156.  $x = 0$

157.  $y - 6z = 7$

158.  $5x + 2y - 7z + 27 = 0$

159.  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z}{3}$  (pravac je usporedan s presječnicom ravnina)

160.  $T'(0, 0, 0)$

161.  $B(-8, 3, 2)$

162.  $B(3, -3, 3)$

163.  $\frac{x-2}{34} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$

164.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$

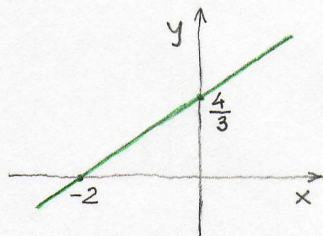
165.  $\frac{x}{3} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z-1}{-1}$

166.  $60^\circ$

167.  $\frac{x}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{0}$ ,  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$

168.  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$

169.  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{\frac{4}{3}} = 1$



170.  $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{0}$

171.  $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{2}$ ;  $x = 3t$ ,  $y = 2t - 1$

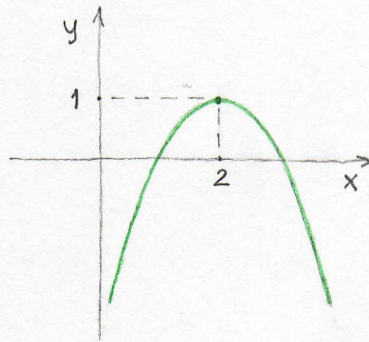
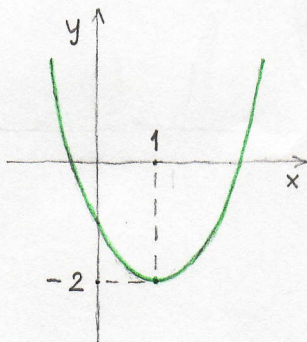
172. 4

173.  $y = -2x + 3$ ;  $a = -2$ ,  $b = 3$

174.  $t = 15u \Rightarrow x = 6u - 1$ ,  $y = -5u + 2$

175. (1)  $y = (x-1)^2 - 2$

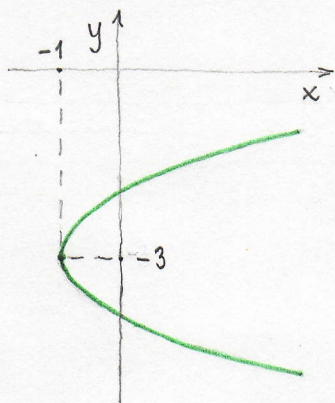
(2)  $y = -(x-2)^2 + 1$



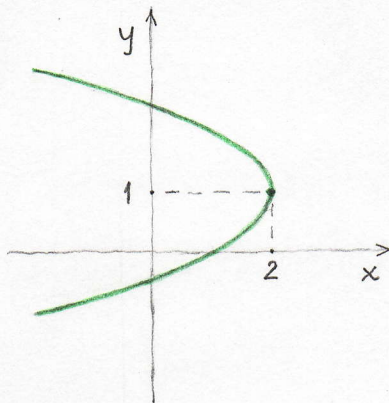
176.  $y = 3(x+2)^2 - 4$ ;  $x = t - 2$ ,  $y = 3t^2 - 4$

177.  $y = -\frac{2}{9}(x+1)^2 + 4$

178. (1)  $x = (y+3)^2 - 1$



(2)  $x = -(y-1)^2 + 2$



179.  $x = 2(y-1)^2 + 3$ ;  $y = t+1$ ,  $x = 2t^2 + 3$

180.  $\frac{2}{(x-1)^2} - \frac{3}{x-1}$

181.  $\frac{1}{x} - \frac{4}{x-2} + \frac{5}{x+2}$

182.  $\frac{2x-1}{(x^2+3)^2} + \frac{3x}{x^2+3}$

183.  $-6 + \frac{2}{x+1} - \frac{2x-4}{x^2-x+1}$

184.  $x + \frac{3}{x} - \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{4}{x+1}$

185.  $2x^2 - \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} + \frac{3x+1}{x^2+1}$

186.  $\frac{1}{25}$

187.  $-\frac{1}{70}$

188.  $\frac{4}{9}$

189.  $-\frac{5}{63}$

190.  $\frac{2}{3}$

191.  $-\frac{1}{4}$

192.  $\frac{40}{3}$

193.  $-\frac{1}{2}$

194. 256

195. 0

196. 4

197. -6

198. -6

199.  $\frac{4}{3}$

200.  $\frac{1}{6}$

201.  $\frac{22}{5}$

202.  $-\frac{10}{9}$

203.  $\frac{127}{8}$

204.  $[\frac{3}{2}, +\infty)$

205.  $(-\infty, +\infty)$

206.  $[-4, +\infty)$

207.  $(-\infty, \frac{1}{2}]$

208.  $(-\infty, +\infty)$

209.  $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$

210.  $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

211.  $\mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$

212.  $(-\infty, +\infty)$

213.  $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$

214.  $[-5, 1]$

215.  $\emptyset$

216.  $(\frac{2}{3}, +\infty)$

217.  $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$

218.  $(-2, 5)$

219.  $(-\infty, -3) \cup [2, +\infty)$

220.  $(-1, 5)$

221.  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$

222.  $[2, 3]$

223.  $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

224.  $[-1-\sqrt{2}, -1+\sqrt{2}]$

225.  $\langle 1, +\infty \rangle$       226.  $[\frac{1}{2}, +\infty \rangle$       227.  $\langle 0, 1] \cup [e, +\infty \rangle$

228.  $\langle 0, 10 \rangle$       229.  $\langle 0, 1 \rangle \cup \langle 1, 2 \rangle$       230.  $\langle 1, 2 \rangle$

231.  $x^2 - 1, x^2 - 6x + 11$       232.  $6x^2 + 10x - 1, 12x^2 - 2x - 2$

233.  $\frac{1}{x+1}, \frac{x+1}{x}$       234.  $-\frac{3x^2+15}{x^2+3}, \frac{2x^2-4x+2}{5x^2-10x+14}$

235.  $4\sqrt{x+3} + 1, 2\sqrt{x+1}$       236.  $\sqrt{x+1} + x+1, \sqrt{x^2+x+1}$

237.  $6, 2$       238.  $x+1, \sqrt[3]{x^3+1}$

239.  $\sin(x^2-1) + \cos(x^2-1), \sin 2x$       240.  $2\sqrt{x} + \frac{1}{2}\ln x, \sqrt{2x+\ln x}$

241.  $xe^{-x}, x - e^x$       242.  $\log(10^x+5x), x + 5 \log x$

243.  $\frac{2x-1}{x-x^2}, \frac{x^2+x-1}{1-x^2}$       244.  $\log_e, \ln 10$

245.  $\ln(e^x+2) - 2$       246.  $2 \times 1$       247.  $\arccos(\cos x)$

248.  $f = f_1 \circ f_2 + f_3 \cdot f_3$ ;  $f_1(x) = \sin x, f_2(x) = \frac{x}{x+1}, f_3(x) = \cos x$

249.  $f = f_1 \circ (f_2 + f_3)$ ;  $f_1(x) = \ln x, f_2(x) = x^{\frac{1}{2}}, f_3(x) = x^2 + x + 1$

250.  $f = f_1 \cdot (f_1 \circ f_2)$ ;  $f_1(x) = x^{\frac{3}{2}}, f_2(x) = \log_5 x$

251.  $f = \frac{f_1}{f_2} - f_2 \circ (f_1 \cdot f_1)$ ;  $f_1(x) = x, f_2(x) = e^x$

252.  $f = f_1 \circ f_2 \circ f_3 - f_4$ ;  $f_1(x) = x^{\frac{2}{3}}, f_2(x) = \log x, f_3(x) = x^{10} + 10, f_4(x) = 1$

253.  $f = \frac{1}{f_1} (f_2 - f_3 \circ (f_1 \cdot f_2))$ ;  $f_1(x) = 4, f_2(x) = x, f_3(x) = \tan x$

257. Jest      258. Jest

259. Jest      260. Nije      261. Nije      262. Jest      263. Jest

264. Nije      265. Jest      266. Jest      267. Nije      268. Nije

269. Jest      270. Jest      271. Jest      272. Jest      273. Jest

274. Najviše u jednoj točki      275. Ne mora      276. Ne mora

277.  $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}$

278.  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

279.  $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{\frac{x+7}{2}}$

280.  $f^{-1}(x) = \frac{6}{x}$

281.  $f^{-1}(x) = \frac{3}{1-x}$

282.  $f^{-1}(x) = \frac{2+x}{5-x}$

283.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(4-x^3)$

284.  $f^{-1}(x) = (x-1)^5$

285.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{40}(32-x^3)$

286.  $f^{-1}(x) = \log_3 x + 2$

287.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log \frac{x+3}{10}$

288.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(\ln \frac{4-x}{5} + 2)$

289.  $f^{-1}(x) = 2^x - 7$

290.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(10^{\frac{x}{4}} + 1)$

291.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x-1}{3}} - 5)$

292.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \sin x$

293.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(\cos x + 1)$

294.  $f^{-1}(x) = \tan \frac{x}{2} - 3$

295.  $D_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

296.  $D_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

297.  $D_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

$R_f = [1, +\infty \rangle$

$R_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

$R_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} - 1$

298.  $D_f = [0, 1]$

299.  $D_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

300.  $D_f = [2, +\infty \rangle$

$R_f = [0, \frac{1}{2}]$

$R_f = [2, +\infty \rangle$

$R_f = [0, +\infty \rangle$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^4+8}$

301.  $D_f = \langle -\infty, 4 \rangle$

302.  $D_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

303.  $D_f = \langle -\infty, 0 \rangle$

$R_f = \langle -\infty, +\infty \rangle$

$R_f = [0, +\infty \rangle$

$R_f = \langle -\infty, 0 \rangle$

$f^{-1}(x) = 4 - 2^x$

$f^{-1}(x) = \log_2(1-e^x)$

304. Jest

305. Jest

306. Nije

307. Jest

308. Jest

309. Jest

310. Nije

311. Jest

312. Jest

313. Jest

314. Nije

315. Nije

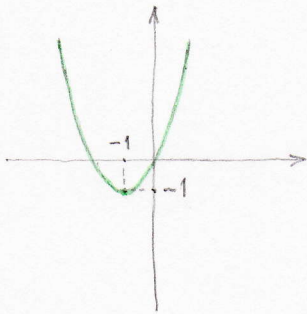
316. Jest

317. Jest

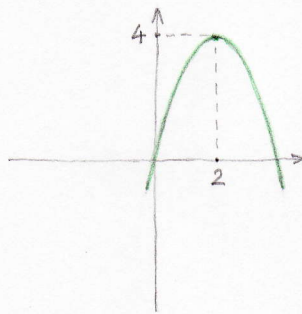
318. Jest

319. Nije

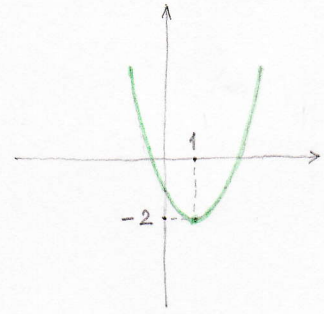
320.  $f(x) = (x+1)^2 - 1$



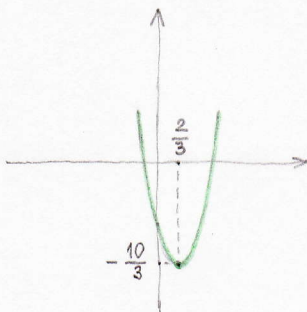
321.  $f(x) = -(x-2)^2 + 4$



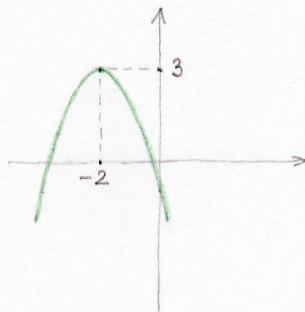
322.  $f(x) = (x-1)^2 - 2$



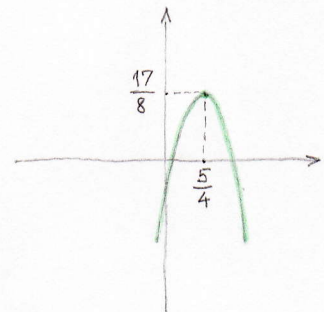
323.  $f(x) = 3(x - \frac{2}{3})^2 - \frac{10}{3}$



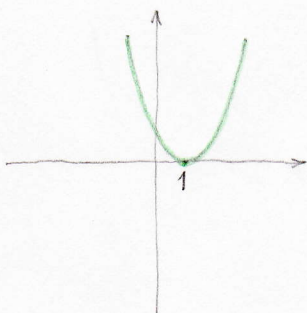
324.  $f(x) = -(x+2)^2 + 3$



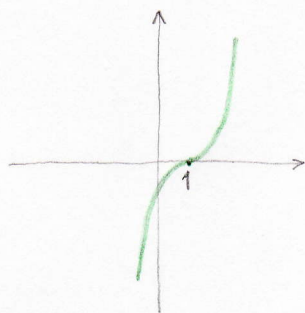
325.  $f(x) = -2(x - \frac{5}{4})^2 + \frac{17}{8}$



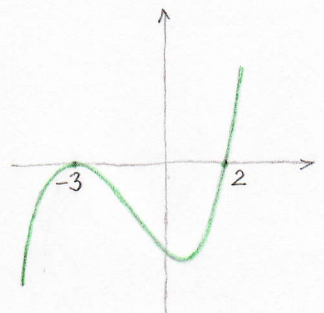
326.



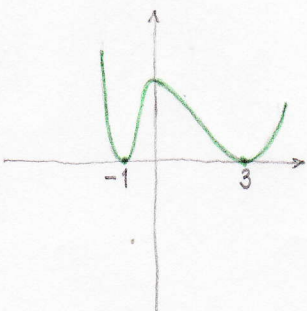
327.



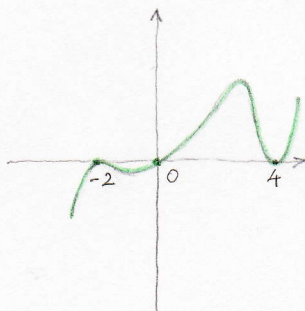
328.



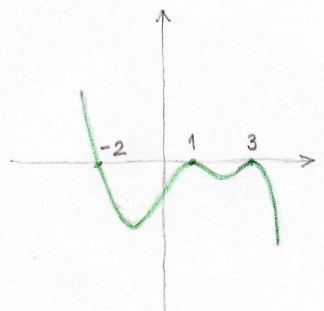
329.



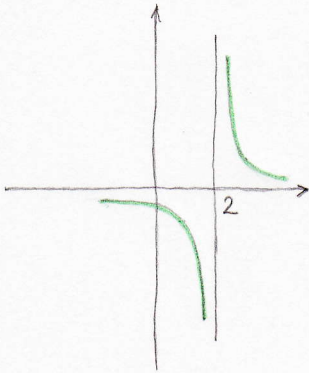
330.



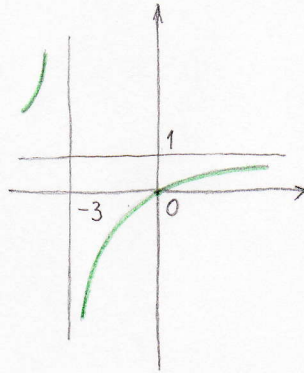
331.



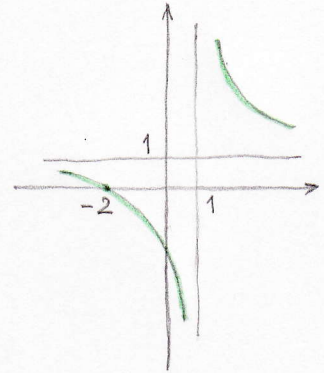
332.



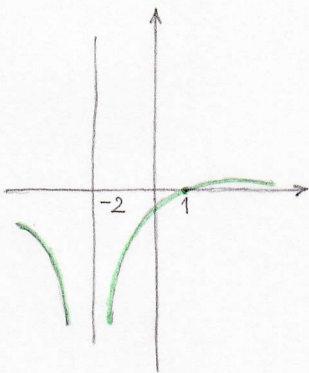
333.



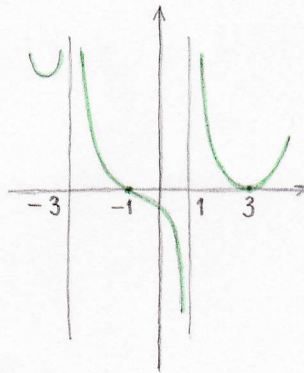
334.



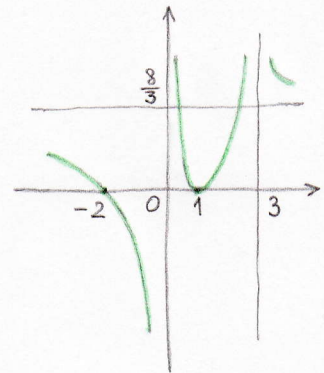
335.



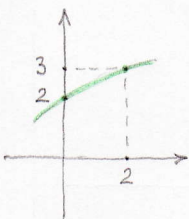
336.



337.

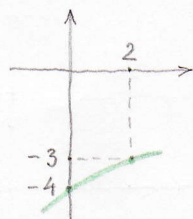


338.



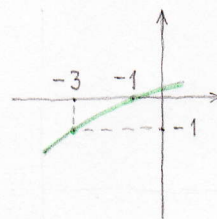
Pomak za 3 gore

339.



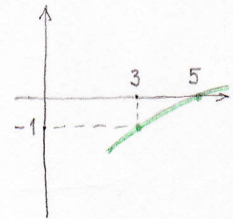
Pomak za 3 dolje

340.



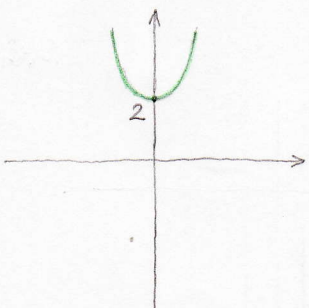
Pomak za 3 lijevo

341.

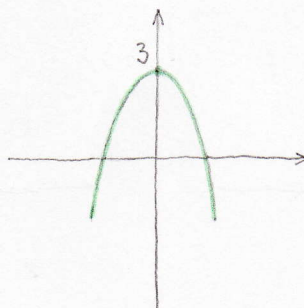


Pomak za 3 desno

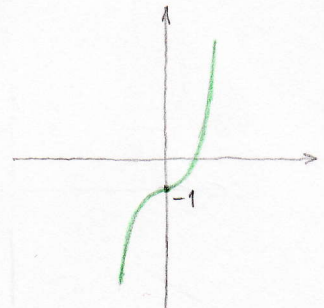
342.



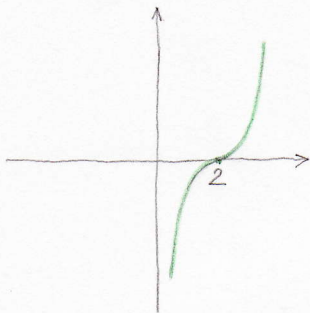
343.



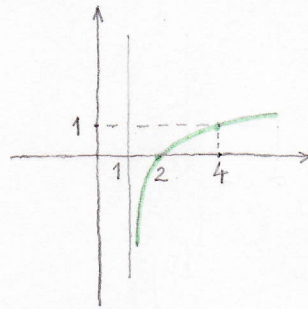
344.



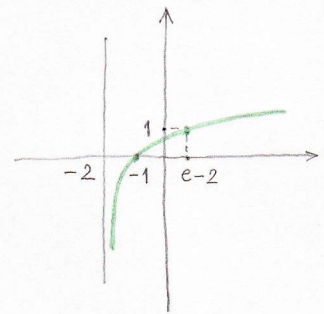
345.



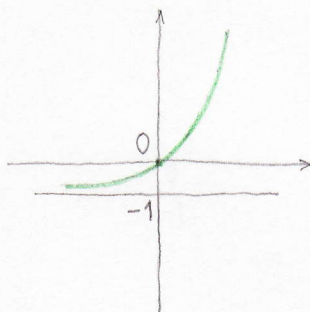
346.



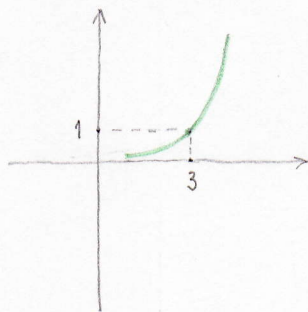
347.



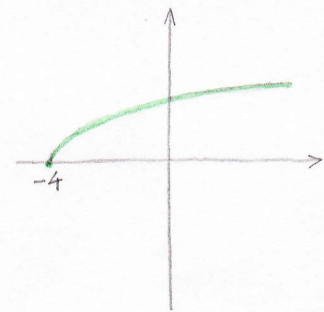
348.



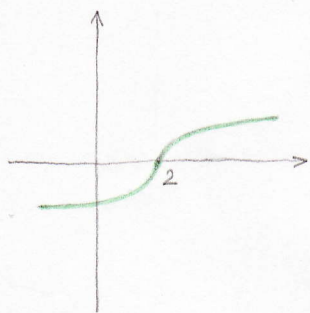
349.



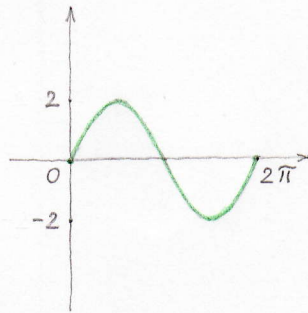
350.



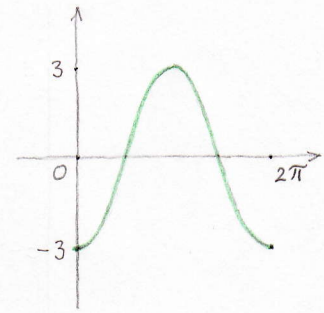
351.



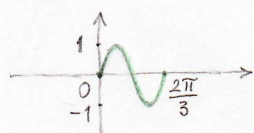
352.



353.



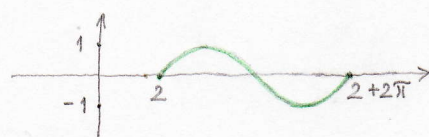
354.



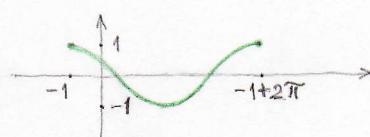
355.



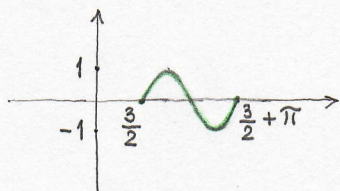
356.



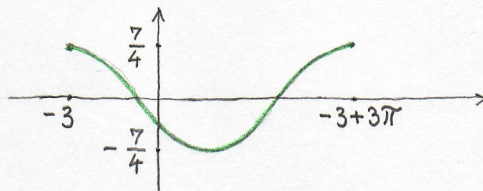
357.



358.  $y = \sin 2\left(x - \frac{3}{2}\right)$



359.  $y = \frac{7}{4} \cos \frac{2}{3}(x + 3)$



360. 83,18

361. 0,75

362. 183,93

363. 0,07

364. -3,01

365. 48,46

366. -1,32

367. 6,83

368. 2,09

369. 4,61

370. 4,29

371. -24,11

372. -1,68

373. 3,06

374. 2,38

375. -0,07

376.  $0,57 + 2\pi k$

377.  $1,80 + 2\pi k$

378.  $1,66 + \pi k$

379.  $0,37 + \pi k$

$2,57 + 2\pi k$

$4,48 + 2\pi k$

380.  $2,17 + 2\pi k$

381.  $0,11 + \pi k$

382.  $6,28 + 4\pi k$

383.  $0,37 + \frac{1}{3}\pi k$

$4,68 + 2\pi k$

$2,32 + \pi k$

384.  $>$

385.  $<$

386.  $<$

387.  $>$

388.  $f(x) = x^{\frac{5}{6}}$

389. Nije

390. Raste

391. Pada

392. (1)  $\langle -\infty, -3 \rangle$  pada,  $\langle -3, +\infty \rangle$  raste

393. Nema

394. (1) -1, 2

(2)  $\langle -\infty, 1 \rangle$  raste,  $\langle 1, +\infty \rangle$  pada

(2)  $\pm 1, \pm 3$

395. (1) Parna

396. (1)  $\frac{2\pi}{3}$

397. Jest, ima osnovni period  $\pi$

(2) Neparna

(2)  $4\pi$

398. 4

399. 3

400. -3

401.  $\frac{1}{5}$

402. 5

403.  $-\frac{9}{2}$

404.  $2\sqrt{5}$

405.  $\frac{1}{4}$

406.  $\frac{1}{3}$

407. 8

408.  $\frac{1}{8}$

409.  $+\infty$

410.  $\frac{3}{2}$

411.  $\frac{1}{4}$

412.  $-\frac{5}{7}$

413. 1



414.  $\frac{4}{5}$       415.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       416.  $\frac{3}{5}$       417. 2  
 418. 0      419.  $+\infty$       420. 25      421. 0  
 422. 1      423.  $\frac{3}{2}$       424.  $-\infty$       425. 0  
 426.  $-\frac{1}{2}$       427. 0      428.  $+\infty$       429.  $-\infty$   
 430.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$       431. -1      432.  $\frac{\pi}{2}$       433.  $-\frac{\pi}{2}$   
 434.  $\frac{1}{3}$       435.  $-\frac{1}{6}$       436.  $\frac{1}{3}$       437.  $\frac{1}{2}$   
 438.  $\frac{3}{2}$       439.  $\frac{1}{27}$       440.  $e^2$       441.  $e^{-2}$   
 442.  $e^{\frac{1}{2}}$       443. e      444.  $e^4$       445.  $e^{-\frac{1}{3}}$   
 446. 1      447. 4      448. 1      449. 0  
 450. -1      451.  $\frac{1}{6}$       452. 1      453.  $\ln 2$   
 454.  $-\ln 3$       455.  $\ln a$       456.  $\ln \frac{a}{b}$       457.  $\frac{1}{4} \ln a$   
 458.  $x = 3$  okomita      459.  $y = 3$  usporedna      460.  $y = \frac{1}{2}x$  kosa  
 461.  $x = -2, y = 6$       462.  $x = 1, y = -x + 3$       463.  $x = \pm 3, y = 1$   
 464.  $x = -3, x = 1$       465.  $x = \pm 1, x = 0, y = -2$       466.  $x = -1, y = 5x - 1$   
 467.  $x = 0^-, y = 2$       468.  $y = \pm \frac{1}{3} \cup \pm \infty$       469.  $x = -2^+$   
 470.  $x = 1, y = 0 \cup +\infty$       471.  $y = 0$       472.  $x = 0, y = 0$   
 473. 2      474. 7      475. 1      476. 3  
 477. 4      478. -2      479. e      480.  $\ln 3$   
 481. 1      482. 2  
 483.  $x_1 = 0, x_2 = 1$       484.  $x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 2$   
 485.  $x_1 = 1$       486.  $x_1 = -3, x_2 = 3$

487.  $\langle -\infty, -3 \rangle^+$ ,  $\langle -3, 1 \rangle^-$ ,  $\langle 1, +\infty \rangle^+$

488.  $\langle -\infty, -1 \rangle^+$ ,  $\langle -1, 0 \rangle^-$ ,  $\langle 0, 1 \rangle^+$ ,  $\langle 1, +\infty \rangle^-$

489.  $\langle -\infty, -1 \rangle^+$ ,  $\langle -1, 0 \rangle^-$ ,  $\langle 0, 2 \rangle^-$ ,  $\langle 2, +\infty \rangle^+$

490.  $\langle 0, 1 \rangle^-$ ,  $\langle 1, +\infty \rangle^+$

491. -2

492. 10

493.  $-\frac{3}{4}$

494. 0

495. 0

496.  $+\infty$

497. 1

498. 0

499.  $+\infty$

500. 0

501. Ne postoji

502. 0

503. Ne postoji

504. 0

505.  $+\infty$

506. 0

507.  $x_0 = 0$

508.  $b = -6$ ,  $b = 3$

509. (1)  $\Delta x = 2$ ,  $\Delta y = -14$ ,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -7$

510. (1)  $\Delta x = 3$ ,  $\Delta y = 61$ ,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{61}{3}$

(2)  $\Delta x = -1$ ,  $\Delta y = 4$ ,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -4$

(2)  $\Delta x = -3$ ,  $\Delta y = -61$ ,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{61}{3}$

511. Količnik je isti za oba prijelaza:  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

512. (1)  $\frac{\Delta y}{\Delta x} > 0$  za  $\Delta x \neq 0$  (2)  $\frac{\Delta y}{\Delta x} < 0$  za  $\Delta x \neq 0$

513. 0

514. 1

515.  $2x + \Delta x$

516.  $\frac{1}{\sqrt{x+\Delta x+2} + \sqrt{x+2}}$

517.  $3^x \frac{3^{\Delta x} - 1}{\Delta x}$

518.  $-\sin\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \frac{\sin \frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$

519. 0

520. 1

521.  $2x$

522.  $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

523.  $5^x \ln 5$

524.  $\cos x$

525. Funkcija  $f(x)$  nije definirana lijevo od nule zbog čega se ne može ni promatrati njena derivabilnost u nuli

526.  $f'_-(0) = 1$ ,  $f'_+(0) = 2$ ,  $f'(0)$  ne postoji

527.  $f'(0) = 0$

528.  $f'(2) = 4$  govori da brzina rasta funkcije u točki 2 iznosi 4

529.  $f'(3) = -4$  govori da brzina pada funkcije u točki 3 iznosi 4

530.  $f'(1) = 0$  govori da funkcija u točki 1 stoji (stacionirana), tj. niti raste niti pada

531. 0

532. 2

533.  $6x$

534.  $-\frac{1}{4\sqrt{x^3}}$

535.  $-\frac{1}{x^2}$

536.  $-\sin x$

537.  $f'(3) = 4$  govori da brzina rasta funkcije u točki 3 iznosi 4, a  $f''(3) = -2$  govori da usporenje tog rasta funkcije u točki 3 iznosi 2

538.  $f'(8) = -6$  govori da brzina pada funkcije u točki 8 iznosi 6, a  $f''(8) = -2$  govori da ubrzanje tog pada funkcije u točki 8 iznosi 2

539.  $f'(1) = -6$  govori da brzina pada funkcije u točki 1 iznosi 6, a  $f''(1) = 6$  govori da usporenje tog pada funkcije u točki 1 iznosi 6

540.  $f'(2) = 3$  govori da brzina rasta funkcije u točki 2 iznosi 3, a  $f''(2) = 12$  govori da ubrzanje tog rasta funkcije u točki 2 iznosi 12

541.  $f'(2) = -1$  govori da brzina pada funkcije u točki 2 iznosi 1, a  $f''(2) = 0$  govori da nema ni ubrzanja ni usporenja tog pada funkcije u točki 2

542.  $f'(3) = 0$  govori da funkcija u točki 3 stoji, a  $f''(3) = 2$  govori da ubrzanje funkcije u točki 3 iznosi 2

543.  $f'(1) = 0$  govori da funkcija u točki 1 stoji, a  $f''(1) = -2$  govori da usporenje funkcije u točki 1 iznosi 2

$$544. (1) \Delta x = 0,1 ; \Delta y = 0,51 ; dy = 0,5$$

$$(2) \Delta x = -0,1 ; \Delta y = -0,49 ; dy = -0,5$$

$$545. (1) \Delta x = x - x_0, \Delta y = \frac{x_0 - x}{x_0 x}, dy = \frac{x_0 - x}{x_0^2}$$

$$(2) \Delta x = h, \Delta y = -\frac{h}{x(x+h)}, dy = -\frac{h}{x^2}$$

$$546. df(x; \Delta x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} \Delta x, df(3; 0,04) = 0,03$$

$$547. \Delta y = (2x-3)\Delta x + \Delta x^2, dy = (2x-3)\Delta x$$

$$548. f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 9, \Delta x = 1, df(9; 1) = \frac{1}{6}, \sqrt{10} \approx \frac{19}{6}$$

$$549. f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2, df(4; 0,2) = \frac{2\sqrt{3}}{5} \text{ (površina se približno povećala za } \frac{2\sqrt{3}}{5} \text{ m}^2)$$

$$550. f(x) = \sqrt[3]{x}, df(8; -1) = -\frac{1}{12} \text{ (brid se približno smanji za } \frac{1}{12} \text{ cm)}$$

$$551. df(1; \frac{1}{4}) = -\sqrt{2}$$

$$552. df(-2; \frac{1}{3}) = 3$$

$$553. d^2y = (2\cos x - x \sin x) \Delta x^2$$

$$554. d^3y = \frac{4\ln x - 6}{x^3} \Delta x^3$$

$$555. 5x^4$$

$$556. \frac{2}{7} x^{-\frac{5}{7}}$$

$$557. c x^{c-1}$$

$$558. -\frac{1}{x^2}$$

$$559. -\frac{7}{2x^{\frac{9}{2}}}$$

$$560. -\frac{c+1}{x^{c+2}}$$

$$561. \frac{3}{4^4 \sqrt{x}}$$

$$562. \frac{7}{3} \sqrt[3]{x^4}$$

$$563. \frac{3}{5^5 \sqrt{x^2}}$$

$$564. \frac{2}{3^3 \sqrt{x}}$$

$$565. -\frac{1}{6^6 \sqrt{x^7}}$$

$$566. (c - \frac{1}{2}) x^{c - \frac{3}{2}}$$

$$567. 2^x \ln 2$$

$$568. 8^x \ln 8$$

$$569. b^x \ln b$$

$$570. \frac{1}{x \ln 2}$$

$$571. \frac{1}{x \ln 8}$$

$$572. \frac{1}{x \ln b}$$

$$573. 0$$

$$574. 0$$

$$575. 0$$

$$576. 3x^2 + 1$$

$$577. 2x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$578. \cos x - \sin x$$

$$579. 3^x \ln 3 - \frac{1}{x \ln 3}$$

580.  $28x^3$

582.  $\frac{10}{x \ln 10}$

584.  $a+3$

586.  $abx^{b-1}$

588.  $-2+3e^x$

590.  $a+b \cos x$

592.  $\cos x - x \sin x$

594.  $(3x^2+10x+4)e^x - 12x - 8$

595.  $(4x^3+6x^2-\frac{3}{x}) \sin x + (x^4+2x^3-3 \ln x) \cos x$

596.  $\frac{1}{(x+1)^2}$

598.  $\frac{x \sin x + \cos x + 1}{\cos^2 x}$

600.  $\frac{e^{2x} - xe^x - e^x}{e^{2x} - 2e^x + 1}$

602.  $-4x \arcsin x + 2\sqrt{1-x^2}$

604.  $15(5x-4)^2$

606.  $\frac{1}{2\sqrt{x+3}}$

608.  $3 \cos 3x$

610.  $-\sin x \cdot \cos(\cos x)$

612.  $\frac{2}{2x-7}$

581.  $-\frac{5}{3\sqrt[3]{x^2}}$

583.  $-\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$

585.  $\frac{b-3}{4\sqrt[4]{x^3}}$

587.  $abe^x$

589.  $2x+12x^2-\frac{6}{x}$

591.  $\frac{a}{x \ln b} + c^x \ln c$

593.  $2x \arctan x + 1$

597.  $\frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$

599.  $\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{(\cos x + \sin x)^2}$

601.  $\frac{\ln x - x + 1}{x^2 \ln^2 x}$

603.  $e^x [(x+1) \sin x + x \cos x]$

605.  $4(\sin x - 1)^3 \cos x$

607.  $\frac{3}{4\sqrt[4]{x-1}}$

609.  $\frac{6}{\cos^2(6x+5)}$

611.  $-\frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2(\cot x)}$

613.  $\frac{2x+1}{(x^2+x) \ln 10}$

614. 
$$\frac{1}{(x \log x) \ln 10}$$

616. 
$$\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

618. 
$$5(\sin x + \cos x)^4 (\cos x - \sin x)$$

620. 
$$\frac{1+e^x}{x+e^x}$$

622. 
$$-(\sin x + x \cos x) \sin(x \sin x)$$

624. 
$$-\frac{3(x-1)^2}{(x-2)^4}$$

626. 
$$2^{3^x} \cdot 3^x \cdot \ln 2 \cdot \ln 3$$

628. 
$$-2 \cdot \sin 2x \cdot \cos \cos 2x$$

630. 
$$-\sin(2x-2)$$

632. 
$$\frac{3}{x^2} \cdot \sin^2 \frac{x-1}{x} \cdot \cos \frac{x-1}{x}$$

634. 
$$\frac{(2x-1) \cos(x^2-x)}{3 \sqrt[3]{\sin^2(x^2-x)}}$$

636. 
$$\frac{1}{e^{2x}+1} e^{x+\arctan e^x}$$

638. 
$$y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2 \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{2y} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

639. 
$$\frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}}$$

641. 
$$y = \log_3 x \Rightarrow x = 3^y \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{3^y \ln 3} = \frac{1}{x \ln 3}$$

642. 
$$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

615. 
$$\frac{1}{(x \ln x) \ln 10}$$

617. 
$$\frac{2^x \ln 2}{1+2^{2x}}$$

619. 
$$\frac{3x^2+3^x \ln 3}{2\sqrt{x^3+3^x}}$$

621. 
$$\frac{2x - \cos x}{(x^2 - \sin x + 1) \ln 10}$$

623. 
$$-\frac{\sin x \cdot \cos x + x}{\sin^2(x \tan x) \cdot \cos^2 x}$$

625. 
$$\frac{1}{x^2+x}$$

627. 
$$(e+1)^{e^x} e^x \ln(e+1)$$

629. 
$$\frac{1}{\ln 10 \cdot x \cdot \ln x \cdot \log \ln x}$$

631. 
$$\frac{3 \cdot \cos x \cdot \ln^2(\sin x + 1)}{\sin x + 1}$$

633. 
$$-\frac{4}{(x^3+x) \ln 10} \log \frac{x^2+1}{x^2}$$

635. 
$$\frac{1}{4 \sqrt{(x-x^2) \arcsin \sqrt{x}}}$$

637. 
$$\frac{\ln 4 \cdot \ln x}{x} 2^{\ln^2 x}$$

640. 
$$\frac{1}{x \ln 10}$$

643. 
$$\frac{1}{1+x^2}$$

644.  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

646.  $y' = \frac{1}{2y}$

648.  $y' = -\frac{3x^2y^3-1}{3x^3y^2-1}$

650.  $y' = -\frac{9y}{2x}$

652.  $y' = \frac{1-ye^{xy}}{1+xe^{xy}}$

654.  $y' = -\frac{y^2}{2x^2}$

656.  $x = -2, y = -8, y' = 4$

658.  $y' = \frac{2t+3}{2t-3}$

660.  $y' = \frac{8}{9\sqrt[9]{t}}$

662.  $y' = -\left(\frac{t}{t+1}\right)^2$

664.  $x = 5, t = 2, y' = \frac{2}{3}$

666.  $5\cos x - 3x \sin x$

668.  $-\frac{4}{3x^2} + \frac{5}{(x-1)^2}$

670.  $3x^2 + \frac{1}{4}\cos x - 3\sin x \cdot \cos^2 x$

672.  $5\sqrt{x^3} + 5\sin x + \frac{\sin x}{\sqrt{2\cos x}}$

674.  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{x}} + \frac{\sin x + x \cos x}{2\sqrt{x \sin x}}$

645.  $\frac{1}{1-x^2}$

647.  $y' = \frac{2x-y}{x-2y}$

649.  $y' = \frac{1}{1+\cos y}$

651.  $y' = \frac{y^2}{2\sqrt{xy} - xy}$

653.  $y' = \frac{e^{\sin x} \cos x}{e^{\sin y} \cos y}$

655.  $y' = \frac{y(2x^2-y)}{x(x^2-y)}$

657.  $y = 1, x = 1, y' = -3$

659.  $y' = \frac{1}{2}\sqrt{t}$

661.  $y' = \frac{t}{t+1}$

663.  $y' = \frac{2t \ln t}{1 - \ln t}$

665.  $y = 2, t = 4, y' = -\frac{5}{3}$

667.  $-2x(2 \ln x + 1)$

669.  $-\frac{1}{4\sqrt{x^3}} + \frac{3(1-\ln x)}{x^2}$

671.  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{\sin x}{\pi} + \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}}$

673.  $ae^x + be^{-x}$

675.  $\frac{b}{x} - \frac{\ln x + 1}{5\sqrt[5]{(x \ln x)^4}}$

676.  $2ax - \frac{1}{2\sqrt{x(x+1)^3}}$

677.  $-\frac{2}{3\sqrt[3]{(x+1)^2(x^2-1)^2}}$

678.  $2x [\sin(x^2) + \cos(x^2)]$

679.  $\frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}} + \frac{1}{2\sqrt{x(1+x)}}$

680.  $-\frac{\sin\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}$

681.  $\frac{3\log^2(x+1)}{10(x+10)}$

682.  $\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} + xe^{\frac{1}{2}x^2}$

683.  $e^{x^{e-1}} - \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}(1+e^{2\sqrt{x}})}$

684.  $-2x \cdot \sin(x^2) \cdot \sin 2\cos(x^2)$

685.  $\frac{5e^x \sqrt[4]{\ln(e^x+1)}}{e^x+1}$

686.  $\frac{|x|}{x}$

687.  $\frac{|x+2|}{x+2}$

688.  $-\frac{1}{x|x|}$

689.  $\frac{(2x-3)|x^2-3x|}{x^2-3x}$

690.  $|\sin x| \cot x$

691.  $2|x|$

692.  $\frac{1}{x}$

693.  $\frac{|\ln x|}{x \ln x}$

694.  $\frac{|\ln|x||}{x \ln|x|}$

695.  $y' = x^x (\ln x + 1)$

696.  $y' = (x+1)^{\ln x} \left[ \frac{\ln(x+1)}{x} + \frac{\ln x}{x+1} \right]$

697.  $y' = (\sin x)^{\cos x - 1} (\cos^2 x - \sin^2 x \cdot \ln \sin x)$

698.  $y' = \begin{cases} 1 & \text{za } x < 0 \\ \text{ne postoji} & \text{za } x = 0 \\ 2x & \text{za } x > 0 \end{cases}$

699.  $y' = \begin{cases} -2x & \text{za } x < 0 \\ 2x & \text{za } x \geq 0 \end{cases}$

700.  $y' = \begin{cases} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} & \text{za } x \neq 0 \\ 0 & \text{za } x = 0 \end{cases}$

701.  $y' = \begin{cases} \ln|x|+1 & \text{za } x \neq 0 \\ \text{ne postoji} & \text{za } x = 0 \end{cases}$

702.  $f''(x) = 2, f''(0) = 2$

703.  $f'''(x) = 0, f'''(10) = 0$

704.  $f''(1) = 2$

705.  $f''\left(\frac{1}{4}\right) = -20$

708.  $y'' = 6$

709.  $y'' = \frac{7}{4}$

710.  $y'' = 1$

711.  $y'' = 0$



712. 1                      713.  $\frac{1}{2}$                       714. 1                      715.  $+\infty$
716.  $-\infty$                       717. 0                      718.  $\ln a$                       719.  $\frac{9 \ln 3}{4}$
720.  $+\infty$                       721. 3                      722.  $-\frac{5}{16}$                       723.  $+\infty$
724.  $-\infty$                       725. 2                      726.  $\frac{\ln b}{\ln a}$                       727. 1
728. 0                      729. 0                      730. -4                      731. 0
732.  $\frac{3}{4}$                       733.  $-\frac{1}{2}$                       734.  $\frac{1}{2}$                       735. 0
736.  $e$                       737.  $\frac{1}{e}$                       738. 1                      739. 10
740. 1                      741.  $\sqrt{e}$                       742. 1                      743.  $\frac{3}{4}$
744. 0                      745. -1
746.  $y = 8x - 12$ ,  $y = -\frac{1}{8}x + \frac{17}{4}$                       747.  $y = -5x - 2$ ,  $y = \frac{1}{5}x + \frac{16}{5}$
748.  $y = 5x - 10$ ,  $y = -5x - 15$                       749.  $y = x + 1$
750.  $x - 2y = 0$ ,  $2x + y = 5$                       751.  $y = 3x - 6$
752.  $y = x$ ,  $y = x + \frac{32}{27}$                       753.  $y = -\frac{1}{2}x \pm \sqrt{2}$
754.  $y = 4x$ ,  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{4}$                       755.  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ,  $y = 2x - 12$
756.  $y = 3x + 3$ ,  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$                       757.  $y = 3x + 2$ ,  $y = -\frac{1}{3}x + 2$
758.  $y = -x + 1$ ,  $y = 26x - 53$                       759.  $y = -2x + 12$                       760.  $\sqrt{5}$
761.  $S(0, 1)$ ,  $\varphi = \arctan 2$                       762.  $S(4, 2)$ ,  $\varphi = \arctan \frac{6}{7}$
763.  $T_{\min}(3, -7)$                       764.  $T_{\max}(1, 5)$
765.  $T_{\max}(0, 1)$ ,  $T_{\min}(4, -31)$                       766.  $T_{\min}(1, -\frac{1}{12})$
767.  $T_{\min}(-3, -\frac{1}{6})$ ,  $T_{\max}(3, \frac{1}{6})$                       768.  $T_{\max}(-4, -16)$ ,  $T_{\min}(2, -4)$
769.  $T_{\max}(3, 3)$                       770.  $T_{\max}(1, \sqrt{3})$ ,  $T_{\min}(\frac{7}{3}, \frac{7}{9}\sqrt{3})$

771.  $T_{\max}(0, 1), T_{\min}(1, \frac{1}{4})$

772.  $T_{\min}(1, 2)$

773.  $T_{\min}(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e})$

774.  $T_{\max}(1, -1)$

775.  $T_{\min}(1, e)$

776.  $T_{\min}(0, 5)$

777. Nema ekstrema

778. Nema ekstrema

779.  $T_{\max}(1, 5)$

780.  $T_{\min}(-1, 5)$

781.  $T_{\max}(-1, 2), T_{\min}(1, -2)$

782.  $T_{\max}(-3, -1), T_{\min}(-2, -\frac{4}{3})$

783. Nema ekstrema

784.  $T_{\max}(0, \frac{1}{2}\pi)$

785.  $T_{\inf}(1, 3), D_n = \langle -\infty, 1 \rangle, D_v = \langle 1, +\infty \rangle$

786.  $T_{\inf}(-4, 0), D_n = \langle -4, +\infty \rangle, D_v = \langle -\infty, -4 \rangle$

787.  $T_{\inf}(0, 2), D_n = \langle -\infty, 0 \rangle, D_v = \langle 0, +\infty \rangle$

788. Nema točkaka infleksije,  $D_n = \langle 0, +\infty \rangle, D_v = \langle -\infty, 0 \rangle$

789.  $T_{\inf}(\pm 1, \ln 2), D_n = \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle, D_v = \langle -1, 1 \rangle$

790.  $T_{\inf}(-3, \frac{10}{e^3}), T_{\inf}(-1, \frac{2}{e}), D_n = \langle -3, -1 \rangle, D_v = \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle -1, +\infty \rangle$

791.  $T_{\inf}(0, 0), T_{\inf}(2, 0), D_n = \langle -\infty, 0 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle, D_v = \langle 0, 2 \rangle$

792. Nema točkaka infleksije,  $D_v = \langle 0, +\infty \rangle$

	Domena	Asimptote	$T_{\min}$	$T_{\max}$	$T_{\inf}$
793.	$\mathbb{R}$		$(1, -1)$		$(0, 0), (\frac{2}{3}, -\frac{16}{27})$
794.	$\mathbb{R}$		$(\pm 1, -1)$	$(0, 0)$	$(\pm \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{5}{9})$
795.	$\mathbb{R}$		$(0, 0)$	$(-\frac{2}{3}, \frac{4}{27})$	$(-\frac{1}{3}, \frac{2}{27})$
796.	$\mathbb{R}$		$(3, 0)$	$(1, \frac{4}{3})$	$(2, \frac{2}{3})$
797.	$\mathbb{R}$	$y = 0$	$(-1, -\frac{1}{2})$	$(1, \frac{1}{2})$	$(0, 0), (\pm \sqrt{3}, \pm \frac{\sqrt{3}}{4})$

	Domena	Asimptote	$T_{\min}$	$T_{\max}$	$T_{\inf}$
798.	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$	$x=1, y=x+4$	$(3, 9)$	$(-1, 1)$	
799.	$\mathbb{R} \setminus \{-2\}$	$x=-2, y=2-x$	$(-3, 6)$	$(-1, 2)$	
800.	$\mathbb{R}$	$y = \frac{1}{3}x$			$(0, 0), (\pm 1, \pm \frac{1}{4})$
801.	$\mathbb{R}$	$y = \pm x \mp 2, u \pm \infty$	$(2, 1)$		
802.	$[-1, 3]$			$(1, 2)$	
803.	$\mathbb{R}$		$(-1, -1)$		$(0, 0), (-2, 0)$
804.	$\mathbb{R}$		$(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$	$(0, 0)$	$(\pm 1, 0), (\pm \frac{\sqrt{5+\sqrt{33}}}{2}, )$
805.	$\mathbb{R}$	$y = 0$		$(0, e)$	$(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{e})$
806.	$\mathbb{R}$	$y = 0$	$(0, -1)$		$(-1, -\frac{2}{e})$
807.	$\langle -2, 3 \rangle$	$x = -2+, x = 3-$		$(\frac{1}{2}, 2)$	
808.	$\langle 2, +\infty \rangle$	$x = 2+$			
809.	$\langle \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \rangle$	$x = \frac{1}{2}+, x = \frac{3}{2}-$		$(1, 0)$	
810.	$\langle 0, +\infty \rangle$	$x = 0+$	$(1, 1)$		
811.	$\mathbb{R}$			$(-1, 1)$	
812.	$\mathbb{R}$		$(0, 0)$	$(8, \frac{4}{3})$	
813.	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$x = 0+, y = x+1$	$(1, e)$		
814.	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$x = 0+, y = 0$		$(-\frac{1}{2}, \frac{4}{e^2})$	$(\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{6}, )$

$$815. \quad K(x) = \frac{6|x|}{\sqrt{(1+9x^4)^3}}, \quad K(-1) = \frac{3\sqrt{10}}{50} \quad 816. \quad K(0) = 0, \quad K(\frac{\pi}{2} + k\pi) = 1$$

$$817. \quad T(1, 3), \quad K(1) = 2 \quad 818. \quad K(x) = \frac{e^x}{\sqrt{(1+e^{2x})^3}}, \quad T(\ln \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$$

819.  $T_0(1, -2)$

820.  $K(x) = \frac{1}{\cosh^2 x}$ ,  $K(0) = 1$

821.  $K(1) = \sqrt{2}$

822.  $K(3) = \frac{12}{125}$

823.  $K = \frac{1}{a}$

824.  $K = \frac{ab}{\sqrt{(a^2 \sinh^2 t + b^2 \cosh^2 t)^3}}$ ,  $K_{\max} = \frac{a}{b^2}$

825.  $f_{\text{pol}}(x) = \frac{3}{2} + \frac{5}{4}(x-2) - \frac{1}{8}(x-2)^2 + \frac{1}{16}(x-2)^3$

826.  $f_{\text{pol}}(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3$ ,  $\sqrt{2} \approx \frac{23}{16}$

827.  $f_{\text{pol}}(x) = 1 + \frac{1}{3}(x-1) - \frac{1}{9}(x-1)^2 + \frac{5}{81}(x-1)^3$ ,  $\sqrt[3]{2} \approx \frac{104}{81}$

828.  $f_{\text{pol}}(x) = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$ ,  $\sin 1 \approx \frac{101}{120}$ ,  $\sin 2 \approx \frac{14}{15}$

Bolja je približna vrijednost za  $\sin 1$  jer je  $x=1$  bliže  $x_0=0$  nego  $x=2$

829. Zato što je sinus neparna funkcija

830.  $f_{\text{pol}}(x) = x - \frac{1}{3}x^3$ ,  $\arctan \frac{1}{2} \approx \frac{11}{24}$

831.  $f_{\text{pol}}(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$

832.  $f_{\text{pol}}(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4$ ,  $\ln \frac{1}{2} \approx -\frac{131}{192}$

833.  $y_{\text{pol}} = 1 + \frac{1}{2}x^2$

834.  $y_{\text{pol}} = 1 - \frac{1}{2}x^2$

835.  $y_{\text{pol}} = 1 + x + x^2$

836.  $y_{\text{pol}} = \frac{1}{4}(x-3) - \frac{3}{64}(x-3)^2$

837.  $\vec{v}(3) = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{a}(3) = 10\vec{i} + 2\vec{j}$

838.  $v(2) = 5$ ,  $a(2) = 2\sqrt{11}$

839. Nema 840. Nema ( $x=1$  nije stacionarna točka jer nije u  $D_f$ )

841.  $x=0$  842.  $T_{\max}(1, 0)$  843.  $T_{\min}(1, 1)$ ,  $T_{\max}(1, \frac{1}{2})$  844.  $T_{\max}(10, 4)$

845.  $f(-x) = f(x) \Rightarrow f'(-x) = -[f(-x)]' = -[f(x)]' = -f'(x)$

$f(-x) = -f(x) \Rightarrow f'(-x) = -[f(-x)]' = -[-f(x)]' = f'(x)$

846.  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = |x|$

847.  $y = \sqrt[5]{x-1}$ ,  $y = |\ln x|$

848.  $y = \sqrt[7]{x} + \sqrt[7]{x-1}$ ,  $y = |x| + |x-1|$

849.  $y = \sqrt[3]{x^4}$ ,  $y = \sqrt[3]{x^5}$

850. Ne mora, zato što njegova derivacija (polinom drugog stupnja) ne mora imati realnu nul-točku neparnog reda

851. (1) Ne može (2) Može (3) Ne može

852. Mora, zato što njegova derivacija (polinom trećeg stupnja) ima bar jednu realnu nul-točku neparnog reda

853. (1) Može (2) Ne može (3) Može (4) Ne može



## Popis literature

- [1] Bronštejn, J. N.; Semendjajev, K. A. : Matematički priručnik za inženjere i studente, Tehnička knjiga, Zagreb 1975.
- [2] Blanuša, D. : Viša matematika, I dio, Prvi svezak, Tehnička knjiga, Zagreb 1970.
- [3] Demidovič, B. P. : Zadaci i riješeni primjeri iz više matematike s primjenom na tehničke nauke, Tehnička knjiga, Zagreb 1990.
- [4] Gusić, J. : Matematički rječnik, Element, Zagreb 1995.
- [5] Jukić, D.; Scitovski, R. : Matematika I, Prehrambeno tehnološki fakultet i Elektrotehnički fakultet, Osijek 1998.
- [6] Konić, L.; Šikić, Z. : Račun diferencijalni i integralni, I. dio, Školska knjiga, Zagreb 1992.
- [7] Mardesić, S. : Matematička analiza u  $n$ -dimenzionalnom realnom prostoru, Prvi dio, Školska knjiga, Zagreb 1979.
- [8] Myškis, A. D. : Introductory Mathematics for Engineers, Lectures in Higher Mathematics, Mir, Moskva 1978.
- [9] Stein, S. K. : Calculus and Analytic Geometry, McGraw-Hill, New York 1987.
- [10] Šeper, K. : Vektori i matrice, Gođtevinški fakultet, Osijek 1997.





# Popis pojmova

Area funkcije	104	Formula funkcije	
Arkus funkcije	111	eksplicitna	71
Asimptota		implicitna	71
grafa funkcije	143	parametarske	72
kosa ili transversalna	143	Funkcija	71
krivulje	142	bijektivna	76
okomita ili vertikalna	91, 143	elementarna	113
usporedna ili horizontalna	93, 143	injektivna	75
Brojevni pravac	16	inverzna	76
Brzina promjene funkcije		jednolična ili monotona	75
na intervalu	157	neelementarna	114
u točki	157	neparna	75
Derivacija funkcije	157	osnovna elementarna	79
jednostrana	160	padajuća ili silazna	75
s desne strane	160	parna	75
s lijeve strane	160	periodična	75
Determinanta	32	rastuća ili uzlazna	75
Diferencijal funkcije	173, 174	Gibanje materijalne točke	188
Diskontinuirana funkcija	146	Graf funkcije	73, 75
Domena funkcije	73, 75	Granična vrijednost funkcije	133
Duljina vektora	7, 19	beskonačna	136
Eksponencijalna funkcija	97	jednostrana	135
Ekstremi funkcije	195	s desne strane	135
maksimum	194	s lijeve strane	135
minimum	194	u beskonačnosti	135
		Hiperbolične funkcije	102

Interval brojeva		Okolina broja	77
otvoreni	77	Opcia potencija	96
zatvoreni	77	Orijentacija vektora	7
Iznos vektora	7	Orijentirana dužina	4
Jednadžbe		Paralelopiped	12
pravca	46, 47	Polinom	80
ravnine	55, 56	Područje definicije funkcije	73
vezka ravnina	59, 60	Područje vrijednosti funkcije	73
Kompozicija funkcija	75	Potencija	
Kontinuirana funkcija	146	s bazom $a$	97
Kritična točka	195	s eksponentom $a$	96
drugog reda	204	Pravilo zbrajanja vektora	
prvog reda	195	paralelograma	9
Limes funkcije	133	paralelopipeda	12
Linearna kombinacija	14	prostornog mnogokuta	11
Logaritamska funkcija	99	trokuta	9
Luk krivulje	201	Prekinuta funkcija	146
konkavan ili udubljen	202	Prirast	
konveksan ili izbočen	201	funkcije	155
Mješoviti umnožak	37	promjenljive	155
Neprekinuta funkcija	146	Promjenljiva veličina	
jednostrano	148	nezavisno	71
na području	147	zavisno	71
s desne strane	148	Racionalna funkcija	88
s lijeve strane	148	cijela	89
u točki	146	djelomični razlomak	89
Normala	168	prava	89
		Skalar	3
		Skalarna projekcija	22

Skalarni umnožak	20
Skup brojeva	
cijelih	74
prirodnih	74
racionalnih	74
realnih	74
Slika funkcije	73, 75
Smjer vektora	7
Spoj funkcija	75
Stacionarna točka	195
drugog reda	204
prvog reda	195
Sustav vektora	
desni	26, 27
lijevi	27
Tangenta	166
Tenzor	3
Teorem srednje vrijednosti	171
Točka infleksije ili pregiba	202
Translacija	5
Trigonometrijske funkcije	106
Usmjerena dužina	4
Vektor	3, 6
brzine gibanja	189
jedinični	7
nul	7
radius	7
ubrzanja gibanja	190

Vektori	
kolinearni	8
komplanarni	8
linearno nezavisni	15
linearno zavisni	15
Vektorski prostor	41
baza	42
dimenzija	42
Vektorski umnožak	27
Vektorsko - vektorski umnožak	35